سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

# درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

# دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

# نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

# دانلود نرم افزارهای ریاضیات

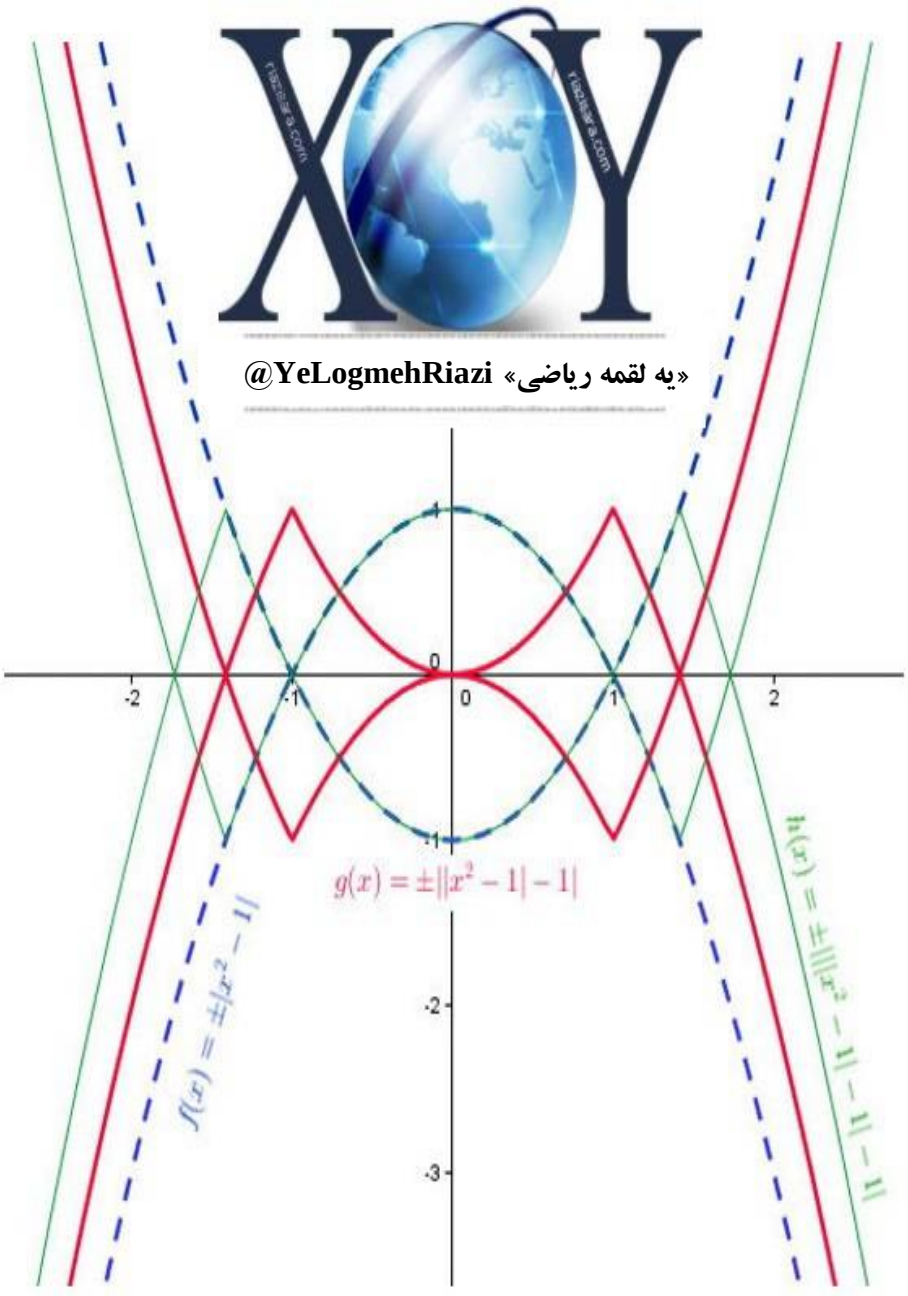
# و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

# حسابان




فرزاد فرسوده
دبیرستان نمونه دولتی اوحدی
آموزش و پرورش منطقه ۱۹ تهران

۹۶-۹۵

فصل اول:

# محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

## ۱- مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

۱- در دنباله حسابی با جمله اول ۲۱ و قدر نسبت ۹ ، مجموع چند جمله را انتخاب کنیم که از ۱۰۰۰۰ کوچکتر نباشد.

۲- در یک دنباله حسابی جملات پنجم و دهم به ترتیب ۳۲ و ۱۲ است . مجموع ده جمله اول را حساب کنید.

۳ - در دنباله حسابی .... , $\sqrt{2}+6$ , $\sqrt{2}+3$ , $\sqrt{2}$ مجموع ۱۰ جمله اول آن کدام است ؟

۴ - در یک دنباله حسابی با ضابطه $b_n = 2-3n$ جمله عمومی $S_n$ چه می باشد؟

۵ - در یک دنباله عددی جمله $n$اُم به صورت $a_n = \frac{3}{2}n - 5$ است . مجموع ۱۵ جمله اول این دنباله کدام است؟

۶ - اگر مجموع $n$ جمله ی اول یک دنباله حسابی $S_n = \frac{n(6n-5)}{12}$ باشد ، قدر نسبت این دنباله را تعیین کنید.

۷ - در یک دنباله هندسی با جمله عمومی $a_n = \frac{9}{2^n}$ ، مجموع سه جمله دوم این دنباله را حساب کنید.

۸ - جمله عمومی یک دنباله هندسی $a_n = 2^{n+1}$ می باشد. مجموع چند جمله از این دنباله هندسی برابر ۱۲۴ می‌باشد؟

۹ - حد مجموع جملات دنباله با جمله عمومی $a_n = 4\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}$ کدام است؟

۱۰ - مجموع همه جملات $\cdots + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1$ را بیابید.

۱۱ - توپی را از فاصله ۲ متری زمین بصورت قائم رها می‌کنیم به‌طوری‌که هر بار پس از برخورد به زمین ، پنجاه درصد ارتفاع اولیه بالا می‌آید. این توپ چه مسافتی را طی می‌کند تا بایستد؟

۱۲- «خرداد ۹۰» توپی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود ، پس از زمین خوردن به اندازه‌ی $\frac{1}{3}$ ارتفاع اولیه‌ی خود بالا می‌رود. فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده‌ایم تا به ارتفاع ۵ متری برسد. می‌خواهیم بدانیم پس از شروع پرتاب تا زمان ایستادن ، این توپ چه‌قدر مسافت طی می‌کند؟

۱۳- «شهریور ۹۰» در دنباله حسابی .... , ۱۰ , ۶ , ۲ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیش‌تر شود؟

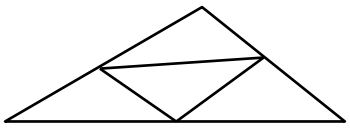
۱۴- «خرداد ۹۱» در دنباله‌ی هندسی نامتناهی روبه‌رو ، مجموع تمام جملات را بیابید : .... , $\frac{1}{27}$ , $\frac{1}{9}$ , $\frac{1}{3}$

۱۵- «دی ۹۱» مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی روبه‌رو را بیابید: $\cdots, -1, -3, -5$

۱۶- «شهریور ۹۲» در دنباله‌ی حسابی روبه‌رو ، مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله را بیابید : .... , ۵ , ۰ , $-5$

۱۷- «دی ۹۳» در دنباله حسابی .... , ۱۵ , ۹ , ۳ حداقل چند جمله‌ی آن را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود؟

۱۸- «خرداد ۹۴» یک مثلث با محیط $P$ در نظر بگیرید. وسط‌های اضلاع آن را به هم وصل کنید و مثلث کوچکتر جدیدی بسازید. این عمل را مجددا روی مثلث کوچکتر انجام دهید. این عمل را به طور متوالی انجام دهید. مجموع محیط‌های مثلث‌های به دست آمده چقدر است؟



۱۹- «شهریور ۹۴» گزینه صحیح را انتخاب کنید : مجموع $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots$ برابر با ..... است. الف) $\frac{3}{2}$ ب) $\frac{2}{3}$

۲۰ - «دی ۹۴» طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده را رنگ می‌کنیم. به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی‌مانده از مرحله قبل را رنگ می‌کنیم. پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد از سطح مربع رنگ شده است؟

۲۱ - «کنکور ۹۰» در یک تصاعد عددی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است.اگر جمله سوم برابر۶ باشد ، جمله دهم کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۳۴ ۳) ۳۶ ۴) ۳۸

۲۲- «کنکور ۹۳» حاصل عبارت $\frac{t^{11}+t^{10}+t^9+\cdots+t+1}{t^9+t^6+t^3+1}$ ، به ازای $t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۳- «کنکور ۹۳ خارج» حاصل عبارت $\frac{t^8-t^7+t^6-\cdots-t+1}{t^6-t^3+1}$ ، به ازای $t = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ ، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۴- «کنکور ۹۴» تعداد جملات یک دنباله‌ی هندسی عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدر نسبت آن کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۳

## ۲- تقسیم چندجمله‌ای‌ها و بخش‌پذیری

۲۵ - اگر عبارت $x^۶ + ax^۳ + bx^۴ + ۱$ بر $x^۲ - ۱$ بخش پذیر باشد ، حاصل $a - ۲b$ برابر کدام است ؟

۲۶ - نشان دهید یکی از فاکتورهای $f(x) = x^۳ - ۸x^۲ + ۹x - ۲$ برابر $x - ۱$ می باشد و معادله $f(x) = ۰$ را حل کنید .

۲۷ - باقی‌مانده تقسیم عبارت $x^۴ + ax^۳ + bx^۲ + x + ۱$ بر $x^۲ - ۱$ برابر صـفر است. $b$ کدام است ؟

۲۸ - باقیمانده $p(x) = ۲x^۳ - ۴x^۲ + ۷x - ۱$ را بر $۲x - ۱$ به دست آورید.

۲۹- هرگاه باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x + ۳$ و $x - ۲$ به ترتیب ۲ و ۷ باشد ، باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^۲ + x - ۶$ را به دست آورید.

۳۰ - هریک از کسرهای زیر را به ساده ترین صـــــورت بنویسید :

الف) $\frac{(۱+x+x^۲+\cdots+x^۵)(۱-x)}{(۱+x)(۱-x+x^۲)}$ ب) $\frac{x^۳y^۴-xy^۲}{(xy+۱)(x^۲y-x)}$

۳۱ - « خرداد ۹۰ » مقدار $k$ را چنان بیابید که چندجمله‌ای $P(x) = ۲x^۳ - kx^۲ - x + ۳$ بر $x + ۱$ بخش‌پذیر باشد.

۳۲- « دی ۹۰ » $a$ را چنان بیابید که یک جواب معادله‌ی $x^۳ - ۲x^۲ + ax + ۲ = ۰$ برابر ۲ باشد. سپس جواب‌های دیگر معادله را به دست آورید.

۳۳- « شهریور ۹۱ » مقدار $m$ را چنان بیابید که چندجمله‌ای $P(x) = ۳x^۳ - ۲x + ۲m$ بر $x - ۲$ بخش‌پذیر باشد.

۳۴- « دی ۹۱ » به کمک اتحادها، عبارت روبه‌رو را ساده کنید: $A = \frac{(x^۵+۱)(x-۱)}{x^۲-۱}$

۳۵- « دی ۹۲ » اگر باقیمانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = ۲x^۴ + mx + ۲$ بر $x + ۱$ برابر ۲ باشد ، باقیمانده‌ی تقسیم آن بر $x - ۱$ را بیابید.

۳۶- « خرداد ۹۳ » مقدار $m$ را چنان بیابید که چندجمله‌ای $P(x) = ۲x^۳ - mx^۲ + ۲x + ۱$ بر $۲x + ۱$ بخش‌پذیر باشد.

۳۷- « خرداد ۹۴ » باقیمانده‌ی تقسیم $P(x) = ۵x^۳ + ۲x^۲ - x + ۴$ بر $x + ۱$ برابر با ..... است .

۳۸ - « شهریور ۹۴ » گزینه صحیح را انتخاب کنید: باقیمانده تقسیم $P(x) = x^۳ - ۴x^۲ + ۲$ بر $۲x + ۱$ برابر با ..... است . الف) $\frac{۷}{۸}$ ب) $\frac{۹}{۸}$

۳۹ - « دی ۹۴ » جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید : اگر چندجمله‌ای $۵x^۲ - ۵x + m - ۷$ بر $x - ۲$ بخش‌پذیر باشد مقدار $m$ برابر با ..... است.

۴۰ ـ « خرداد ۹۵ » در چندجمله‌ای $p(x) = x^۳ + ax^۲ + x + b$ مقدار $a$ و $b$ را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم آن بر $x - ۱$ برابر ۴ بوده و بر $x + ۲$ بخش‌پذیر باشد.

۴۱ ـ « خرداد ۹۵ » درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید: چندجمله‌ای $x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش‌پذیر است.

۴۲ - « کنکور ۹۴ » به ازای مقداری از $a$ چندجمله‌ای $f(x) = x^۴ + ax^۳ - ۸x$ بر $x + ۲$ بخش‌پذیر است. کوچکترین ریشه‌ی معادله‌ی $f(x) = ۰$ کدام است؟

۱) $۱ - \sqrt{۳}$ ۲) $۱ - \sqrt{۵}$ ۳) $-۱ - \sqrt{۳}$ ۴) $-۱ - \sqrt{۵}$

## ۳- بسط دوجمله‌ای

۴۳ - جمله مستقل از $x$ در بسط $\left(x^۲ - \frac{۱}{x}\right)^۶$ برابر با کدام عدد است؟

۴۴ - اگر جمله سوم بسط $(x^۲ - ۲x)^۵$ برابر ۵ باشد ، مقدار $x$ را حساب کنید.

۴۵ - در بسط $(x + \frac{۱}{\sqrt{x}})^۴$ جمله دوم را بیابید.

۴۶- در بسط $(x + ۲y)^۸$ مطلوب است :

الف)تعداد جملات ب)مجموع ضرایب ج)جمله پنجم بسط

۴۷- « شهریور ۹۰ » حاصل عبارت $(\frac{۲}{x} - ۱)^۵$ را به دست آورید.

۴۸- « شهریور ۹۲ » جمله‌ی سوم از بسط $(۲x - ۱)^۷$ برابر است با .....

۴۹ - « دی ۹۳ » جمله سوم بسط $(x + \frac{۲}{x})^۵$ را بنویسید.

۵۰ - « خرداد ۹۴ » مجموع ضرایب بسط دوجمله‌ای $(۳x - ۱)^۶$ برابر ..... است.

۵۱ - « کنکور ۹۱ » اگر $n$ یک عدد طبیعی باشد و $(\sqrt{۲} + ۱)^{۲n} = ۹۹ + b\sqrt{۲}$ ، آیا نتیجه می‌شود که $(۳ - ۲\sqrt{۲})^n = ۹۹ - b\sqrt{۲}$ در صورت نتیجه‌گیری عدد $b$ کدام است؟

۱)نتیجه نمی‌شود ۲) ۷۰ ۳) ۷۲ ۴) ۷۴

## ٤- « ب.م.م » و « ک.م.م »

۵۲ - «ب.م.م» و «ک.م.م» عبارت‌های زیر را تعیین کنید:

الف)« $x^۳ - x^۲$ » و « $x^۴ - ۳x^۲$ » ب) « $۶ - ۱۱x + ۶x^۲ - x^۳$ » و « $۶ + ۵x - x^۲$ » و « $۱ - x^۴$ »

۵۳ - در یک جاده هر ۵ دقیقه یک ماشین سواری و هر ۷۵ دقیقه یک اتوبوس و هر ۱۴۴ دقیقه یک کامیون عبور می کند. پس از چند دقیقه هر سه نوع ماشین در یک زمان (دقیقه) از جاده عبور می کنند؟

۵۴- روز اول مهر، دبیر حسابان قرار می‌گذارد هر ۱۰ روز یک بار ، دبیر فیزیک قرار می‌گذارد هر ۱۲ روز یکبار و دبیر شیمی قرار می‌گذارد هر ۱۵ روز یکبار از دانش‌آموزان امتحان بگیرند. در چه روزی از فصل زمستان هر سه امتحان در یک روز برگزار می‌شود؟

۵۵ - کوچکترین مضرب مشترک دو چندجمله‌ای $x^۲+۶x+۸$ و $x^۲-۲x-۸$ را بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن‌ها تقسیم کرده‌ایم . حاصل تقسیم را بیابید.

۵۶ - یک مکعب مستطیل با ابعاد ۷۲ و ۸۸ و ۱۰۴ سانتیمتر را میخواهیم با بزرگترین مکعبهای هم اندازه پر کنیم. چند مکعب لازم است ؟

۵۷ - «خرداد ۹۱» ۱۴۴ لیتر آب میوه ، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه هایی با حجم یکسان بسته‌بندی شده‌اند . حداقل تعداد شیشه‌ها را حساب کنید.( گنجایش شیشه‌ها را بر حسب لیتر ، عدد طبیعی فرض کنید. )

۵۸ ـ «شهریور ۹۴» گزینه صحیح را انتخاب کنید : ک.م.م دو عبارت $۸b^۳$ و $۱۶ab^۲$ برابر با ..... است .  الف) $۸b^۲$  ب) $۱۶ab^۳$

۵۹ ـ «دی ۹۴» حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$\frac{a+۵}{a-۱}-\frac{۶}{a^۲+a+۱}-\frac{۶(a^۲+۲)}{a^۳-۱}$$

۶۰ - «کنکور ۹۴ خارج» در دو دنباله حسابی به صورت‌های ... ، ۱۲ ، ۷ ، ۲ و ... ، ۱۴ ، ۱۱ ، ۸ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۱) ۵۸  ۲) ۵۹  ۳) ۶۰  ۴) ۶۱

۶۱ ـ «کنکور ۹۵ خارج» در دنباله‌های حسابی «... ، ۲۳ ، ۱۶ ، ۹ ، ۲» و « ...، ۲۷ ، ۲۲ ، ۱۷ ، ۱۲» چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

۱) ۵  ۲) ۶  ۳) ۷  ۴) ۸

## ۵- معادله‌ی درجه‌ی دوم

۶۲ - معادله درجه‌ی دومی بنویسید که ریشه‌هایش $\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۲}+\sqrt{۳}$ باشد.

۶۳ - معادله درجه دومی بنویسید که جواب‌های آن $\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}}$ و $\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}$ و مجموع ضرایب آن برابر $-۶$ باشد.

۶۴ - اگر بیشترین مقدار تابع $y=ax^۲+x+۲$ برابر $-۱$ گردد ، مقدار $a$ را تعیین کنید.

۶۵ - حاصل ضرب نصف عددی بعلاوه یک در ثلث آن منهای یک ، برابر ۴ می گردد . آن عدد را حساب کنید.

۶۶ - حاصلضرب دو عدد طبیعی متوالی ، ۲۲ واحد بیشتر از ۱۰ برابر عدد کوچکتر است. دو عدد را به دست آورید.

۶۷ - به ازای کدام مقدار $m$ مجموع مجذورات دو ریشه حقیقی معادله $۲x^۲-mx+m-۱=۰$ برابر ۴ است ؟

۶۸ - به ازای کدام مقدار $m$ ، معادله درجه دوم $mx^۲+۵x+m^۲-۶=۰$ دو ریشه حقیقی و معکوس و قرینه هم دارد؟

۶۹- در معادله $۴x^۲-۴x+m=۰$ یکی از جواب ها ، ۲ واحد بیشتر از جواب دیگر است. مقدار $m$ و جواب‌های معادله را بیابید.

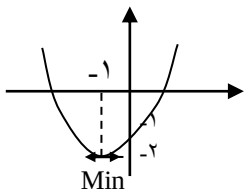
۷۰- در معادله $x^۲-۳x+۲m=۰$ اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله باشند و داشته باشیم $۳\alpha+۲\beta=۷$ مقدار $m$ را بدست آورید.

۷۱- یکی از جواب‌های معادله‌ی $\frac{x^۲}{۲}+mx-۴=۰$ مربع جواب دیگر است. مقدار $m$ را حساب کنید.

۷۲- مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله $x^۲-۶mx+۸=۰$ مربع ریشه دیگر باشد.

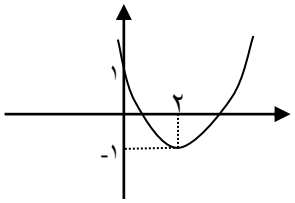
۷۳ - معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش ۳ برابر ریشه‌های معادله $x^۲+x-۳=۰$ باشد.

۷۴ - ضابطه‌ی تابع درجه دومی که نمودار آن به صورت مقابل است را بیابید :



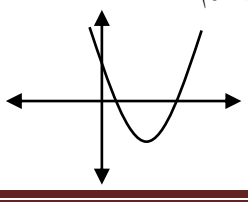

۷۵ - بدون حل معادله ، در وجود و علامت ریشه‌های معادله $x^۲-۵x-۱۶=۰$ بحث کنید .

۷۶- «شهریور ۹۰» در شکل زیر ، نمودار سهمی به معادله‌ی $P(x)=ax^۲+bx+c$ داده شده است. ضرایب $a$ و $b$ و $c$ را تعیین کنید.




۷۷ - «دی ۹۰» بیشترین مقدار تابع $f(x)=-x^۲+۴x+۱$ را تعیین کنید.

۷۸- «خرداد ۹۱» اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ باشند ، ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $cx^۲+bx+a=۰$ برابر است با ..... و ..... . $(c\neq ۰)$

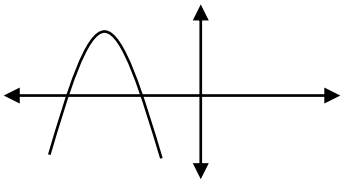


۷۹ - «شهریور ۹۱» در شکل زیر ، سهمی به معادله‌ی $f(x)=ax^۲+bx+c$ داده شده است. علامت ضرایب $a$ و $b$ و $c$ و تعداد ریشه‌های معادله‌ی $ax^۲+bx+c=۰$ را تعیین کنید.

۸۰- «خرداد ۹۲» $P(x)$ یک چند جمله‌ای درجه‌ی ۲ است و ضریب بزرگترین توان آن ۱ است. $P(x)$ را به گونه‌ای تعیین کنید که در شرایط روبه‌رو صدق کند:

$P(۱) = ۱$ و $P(۲) = ۳$

۸۱ - «خرداد ۹۲» در شکل زیر سهمی به معادله $P(x) = ax^۲ + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب $a$ و $b$ و $c$ و تعداد جواب‌های معادله‌ی $ax^۲ + bx + c = ۰$ را تعیین کنید.



۸۲ - «دی ۹۲» در معادله‌ی $۲x^۲ - ۸x + m = ۰$ اگر یکی از جواب‌ها دو واحد از جواب دیگر بزرگتر باشد ، $m$ و هر دو جواب را پیدا کنید.

۸۳ - «خرداد ۹۳» محیط یک زمین مستطیل شکل ۱۸ متـــر و مساحت آن ۱۴ متر مربع است. اندازه‌ی طول و عرض این زمین را تعیین کنید.

۸۴ - «دی ۹۳» اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $۴x^۲ - ۵x - ۵ = ۰$ باشد، معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن $۲\alpha$ و $۲\beta$ باشد .

۸۵ - «خرداد ۹۴» کمترین مقدار تابع $f(x) = ۳x^۲ - ۱۲x + ۱$ برابر با ..... است.

۸۶ ـ «شهریور ۹۴» بدون حل معادله و با استفاده از $S$ ، $P$ و $\Delta$ در وجود و علامت جواب‌های معادله $x^۲ + x - ۵ = ۰$ بحث کنید.

۸۷ ـ «دی ۹۴» جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید : معادله درجه دومی که ریشه‌هایش $۱ \pm \sqrt{۲}$ است بصورت ..... می‌باشد.

۸۸ ـ «خرداد ۹۵» اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله درجه دوم $x^۲ - ۲x - ۱ = ۰$ باشده، معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{۱}{\alpha+۱}$ و $\frac{۱}{\beta+۱}$ باشد.

۸۹ ـ «خرداد ۹۵» درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید : بیشترین مقدار تابع $f(x) = -\frac{x^۲}{۲} + ۲۰x$ برابر ۲۰ است.

۹۰ - «کنکور ۹۰» اگر $\alpha, \beta$ ریشه‌های معادله $x(۵x + ۳) = ۲$ باشند، به ازای کدام مقدار $k$ مجموعه جواب‌های معادله $۴x^۲ - kx + ۲۵ = ۰$ به صورت $\left\{\frac{۱}{\alpha^۲}, \frac{۱}{\beta^۲}\right\}$ است؟

۱) ۲۷ ۲) ۲۸ ۳) ۲۹ ۴) ۳۱

۹۱ - «کنکور ۹۰ خارج» اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله‌ی $۲x^۲ - ۳x = ۱$ باشند ، بـــه ازای کدام مقدار $k$ مجموعه جـــــــــواب‌های معادله‌ی $۸x^۲ + kx - ۱ = ۰$ به صورت $\{\alpha^۲\beta, \alpha\beta^۲\}$ است ؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

۹۲ - «کنکور ۹۱ خارج» در معادله‌ی $x^۲ - ۸x + m = ۰$ یک ریشه از نصف ریشه دیگر ۵ واحد بیش‌تر است. $m$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۹۳ - «کنکور ۹۲» اگر $\alpha, \beta$ ریشه‌های معادله $۲x^۲ - ۳x - ۴ = ۰$ باشند ، مجموعه جواب‌های کدام معادله ، به صورت $\left\{۱ + \frac{۱}{\alpha}, ۱ + \frac{۱}{\beta}\right\}$ است؟

۱) $۴x^۲ - ۵x + ۱ = ۰$ ۲) $۴x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ ۳) $۴x^۲ - ۵x - ۱ = ۰$ ۴) $۴x^۲ - ۳x - ۱ = ۰$

## ۶- قدر مطلق

** ضابطه عبارت‌های زیر را بدون قدرمطلق نوشته، نمودار آن‌ها را رسم کنید:

۹۴) $f(x) = |x - ۲| + |x + ۲|$ ۹۵) $f(x) = |x||x - ۳|$ ۹۶) $y = x + \frac{x-۲}{|x-۲|}$

۹۷ - مساحت سطح محصور به نمودار $y = |x - ۲| + |x + ۱|$ و خط $y = ۲$ را حساب کنید.

** نمودار توابع زیر را رسم کنید :

۹۸) $y = \big||x - ۲| - ۱\big|$ ۹۹) $y = |cosx| \quad ; \quad -\pi < x \leq ۲\pi$ ۱۰۰) $y = \big|sin|x|\big| \; ; -۲\pi \leq x \leq ۲\pi$

۱۰۱ - در چه بازه‌هایی عبارت $|x + ۱| + |x + ۲| + |۲x - ۱|$ مستقل از $x$ است؟

۱۰۲ - «خرداد ۹۰» برای هر دو عدد حقیقی $a$ و $b$ ثابت کنید :

$|a + b| \leq |a| + |b|$

۱۰۳ - «دی ۹۰» به کمک تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق ، ضابطه‌ی $f(x) = x|x - ۲|$ را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید.

۱۰۴ - «خرداد ۹۱» اگر $x \leq ۱$ باشد ، ضابطه‌ی تابع $y = |x - ۳| + |x - ۱|$ بدون استفاده از قدرمطلق برابر است با .....

۱۰۵ - «دی ۹۱» با فرض آن که $b$ و $a$ دو عدد حقیقی باشند، نشان دهید :

$|ab| = |a||b|$

۱۰۶ - «خرداد ۹۴» ابتدا ضابطه‌ی تابع $y = |x - ۱| + |۲ - x|$ را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید . سپس نمودار آن را رسم کنید.

## ۷- معادلات

** معادله‌های زیر را حل کنید:

۱۰۷) $\frac{x-۲}{x+۲} + \frac{x}{x-۲} = \frac{۸}{x^۲-۴}$ ۱۰۸) $\frac{x}{x-۳} - \frac{۱}{۲x-۱} = \frac{۵x}{۲x^۲-۷x+۳}$ ۱۰۹) $\frac{۳}{(x-۲)^۲} + \frac{۴}{x-۲} + ۱ = ۰$

۱۱۰) $\sqrt{۲x + \sqrt{۶x^۲ + ۱}} = x + ۱$ ۱۱۱) $\sqrt{۲x + ۱} = ۱ + \sqrt{۲x - ۴}$ ۱۱۲) $\sqrt{x + ۱} - \frac{۲}{\sqrt{x+۱}} = ۱$

۱۱۳) $\left|x+|x|\right|=۲$ ۱۱۴) $|x-۲|=۲x+۱$ ۱۱۵) $|x-۱|+|x-۳|=۵$

۱۱۶) $(x^۲-۲x)^۲-۳(x^۲-۲x)+۲=۰$ ۱۱۷) $x^۴-۱۳x^۲+۳۶=۰$ ۱۱۸) $\frac{۱}{x^۲-۲x+۲}+\frac{۲}{x^۲-۲x+۳}=\frac{۶}{x^۲-۲x+۴}$

۱۱۹ - به ازای چه مقدار $k$ یکی از جوابهای معادله‌ی $\frac{۳x}{x+۱}=\frac{۳۸}{k}+\frac{۱}{x-۱}$ برابر $-۲$ است؟

** معادله‌های زیر را به روش هندسی حل کرده و تعداد ریشه‌ها را مشخص کنید :

۱۲۰) $(x-۱)^۳+۱=\frac{۱}{x}$ ۱۲۱) $\sqrt{x}+۲x=x^۲-۲$ ۱۲۲) $|x^۲-۱|-x=۱$

۱۲۳) $|x|=\sqrt{|x|}$ ۱۲۴) $۲^{-x}=\sqrt{x}$ ۱۲۵) $\frac{۱}{x}-x^۲=۱$

۱۲۶ - نقاطی روی خط $y=۲x+۱$ بیابید کـه فاصله اش از مبدا مختصات برابر $\sqrt{۱۰}$ گردد.

۱۲۷ - چند نقطه روی محور $x$ها وجود دارد به‌طوری که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه به‌طولهای ۱ و ۳- روی محور $x$ها برابر ۵ شود؟

۱۲۸ - «دی ۹۰» عدد صحیحی را بیابید که جمع آن با جذرش برابر ۶ باشد.

۱۲۹ - «خرداد ۹۱» معادله‌ی $\sqrt{۱-x}-۱=x^۲-۲x$ را با روش هندسی حل کنید.

۱۳۰ - «خرداد ۹۱» مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\frac{۳}{x-۱}=۵+\frac{x}{x-۳}$ برابر است با .....

۱۳۱ - «دی ۹۱» معادله روبه‌رو را حل کنید:

$$\left(\frac{x^۲}{۳}-۲\right)^۲-۱۱\left(\frac{x^۲}{۳}-۲\right)+۱۰=۰$$

۱۳۲ - «شهریور ۹۱» معادله‌ی روبه‌رو را حل کنید:

$$۲\sqrt{x}=\sqrt{۳x+۹}$$

۱۳۳ - «خرداد ۹۲» مجموعه جواب معادله‌ی $x+\sqrt{x}=۶$ برابر است با .....

۱۳۴- «شهریور ۹۲» معادله‌ی $(x^۲-۱)^۴+(x^۲-۱)^۲-۲=۰$ را حل کنید.

۱۳۵ - «شهریور ۹۲» معادله‌ی $\sqrt{x+۱}=x-۱$ را به روش هندسی حل کنید و جواب آن را مشخص کنید.

۱۳۶ - «دی ۹۲» معادله‌ی $\sqrt{x+۱}=x^۲+۲x+۱$ را به روش هندسی حل کرده و جواب آن را در صورت وجود به دست آورید.

۱۳۷ - «خرداد ۹۳» جواب معادله‌ی $x=\sqrt{۲-x^۲}$ برابر ..... می‌باشد.

۱۳۸ - «خرداد ۹۳» معادله‌ی $\frac{x}{|x|}+x=۳$ را به روش هندسی حل کنید.

۱۳۹ - «دی ۹۳» جواب‌های معادله $|x+۱|=۴$ برابر با ..... و ..... است.

۱۴۰ - «خرداد ۹۴» معادله‌ی $\frac{x-۴}{x-۲}=\frac{۵}{x}-\frac{۴}{x(x-۲)}$ را حل کنید.

۱۴۱ ـ «شهریور ۹۴» معادله رادیکالی $\sqrt{۱+x}+۲=x-۳$ را حل کنید.

۱۴۲ ـ «دی ۹۴» به روش هندسی و جبری معادله $\sqrt{۲+x}=|x|$ را حل نمایید.

۱۴۳ - «کنکور ۹۴» حاصل‌ضرب ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $x^۲+۴x+۳=\sqrt{x^۲+۴x+۵}$ کدام است؟

۱) $-۲$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

## ۸- نامعادلات

** نامعادله‌های زیر را به‌صورت جبری حل کنید :

۱۴۴) $\left|\frac{۴x-۲}{۳}\right|<\frac{۱}{۲}$ ۱۴۵) $|x-۲|<|x+۳|$ ۱۴۶) $|x-۲|\geq\sqrt{۲}$

۱۴۷) $\frac{۲\sqrt{x}+۲}{۳\sqrt{x}+۱}>۱$ ۱۴۸) $\frac{۲x+۳}{x^۲-۱}>\frac{x+۶}{x^۲-x-۲}$ ۱۴۹) $\frac{۱}{x-۱}+۵<۳-\frac{۲x}{x-۱}$

۱۵۰- مجموعه جواب نامعادله $(-x^۲+x-۳)(۹-x^۲)<۰$ شامـل چند عدد صحیح است ؟

۱۵۱- مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases}|x|<۲\\|۲x-۱|<|x|\end{cases}$ کدام است؟

** نامعادله‌های زیر را به روش هندسی حل کنید و مجموعه جواب را به‌صورت بازه بنویسید:

۱۵۲) $|x-۳|\geq\sqrt{x-۱}$ ۱۵۳) $\frac{۱}{x}<\sqrt{x}$ ۱۵۴) $|x|<x^۲$

۱۵۵) $|x-۱|<۲x-۳$ ۱۵۶) $|logx|>x^۲$ ۱۵۷) $|x|-|x-۲|\leq x$

۱۵۸ - با رسم توابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^۲-x$ و $g(x)=x+۳$ ، به روش هندسی نامعادله‌ی $f(x)>g(x)$ را حل کنید.

۱۵۹- «خرداد ۹۰» نامعادله‌ی $\sqrt{x-۱}\leq|x-۱|$ را با روش هندسی حل کنید.

۱۶۰ - «شهریور ۹۰» نامعادله‌ی $\sqrt{x}\leq\frac{۱}{x}$ را با روش هندسی حل کنید و مجموعه جواب را به دست آورید.

۱۶۱- «خرداد ۹۱ خارج» با استفاده از روش هندسی مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x-۱| < x^۲ - ۱$ را مشخص کنید.

۱۶۲ - «شهریور ۹۱» نامعـــــــادله‌ی $x^۲ \leq |x|$ را به روش هندسی حل کنید.

۱۶۳ - «خرداد ۹۲» نامعادله‌ی $|x| + |x-۱| \leq ۳$ را با روش هندسی حل کنید.

۱۶۴- «دی ۹۲» نامعادله‌ی قدرمطلقی $|۲x-۱| < ۱$ را حل کنید.

۱۶۵- «دی ۹۳» مجموعه جواب نامعادله $|۲x-۱| \leq ۷$ بازه‌ی ..... است.

۱۶۶ ـ «شهریور ۹۴» به روش هندسی نامعادله $|x| < x+۱$ را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه نشان دهید.

۱۶۷ ـ «خرداد ۹۵» نامعادله $|x-۱| \leq \sqrt{x+۱}$ را به روش هندسی حل کنید.

۱۶۸- «کنکور ۹۲» مجموعه جواب نامعادله $|x| < ۲x-۵$ ، $(x-۴)$ به کدام صورت است؟

۱) $(۱,۵)$ ۲) $(۱-\sqrt{۶}, ۱+\sqrt{۶})$ ۳) $(۱,۵) \cup (۱+\sqrt{۶}, +\infty)$ ۴) $(-\infty, ۱-\sqrt{۶}) \cup (۱,۵)$

۱۶۹ - «کنکور ۹۲ خارج» مجموعه جواب نامعادله $|x^۲ - ۲x| < x$ ، کدام بازه است؟

۱) $(۰,۱)$ ۲) $(۰,۳)$ ۳) $(۱,۲)$ ۴) $(۱,۳)$

۱۷۰ - «کنکور ۹۳» در کدام بازه از مقادیر $x$ ، نمودار تابع $y = \sqrt{۵+۴x-x^۲}$ ، بالای نمودار تابع $y = |x-۳| + ۲$ ، قرار دارد؟

۱) $\left(\frac{۳-\sqrt{۱۷}}{۲}, ۵\right)$ ۲) $\left(۲, \frac{۳+\sqrt{۱۷}}{۲}\right)$ ۳) $\left(۲, \frac{۴+\sqrt{۱۵}}{۲}\right)$ ۴) $\left(۲,۲+\sqrt{۱۵}\right)$

۱۷۱ - «کنکور ۹۳» در کدام بازه از مقادیر $x$ ، نمودار تابع $f(x) = ۵ - |x-۱|$ ، بالای نمودار تابع $g(x) = |۲x|$ ، قرار دارد؟

۱) $\left(\frac{-۴}{۳}, ۱\right)$ ۲) $\left(\frac{-۲}{۳}, ۱\right)$ ۳) $\left(\frac{-۴}{۳}, ۲\right)$ ۴) $\left(\frac{-۲}{۳}, ۱\right)$

۱۷۲- «کنکور ۹۴ خارج» در بازه $(a,b)$ ، نمودار تابع $y = \sqrt{x+۳}$ ، در بالای نمودار تابع $f(x) = |x-۱| - ۲$ قرار دارد. بیشترین مقدار $(b-a)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۷۳ - «کنکور ۹۵» اگر مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{۳x+۴} > ۲|x-۱| - x$ ، بازه $(a,b)$ باشد، طول وسط این بازه، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) ۴

۱۷۴ - «کنکور ۹۵ خارج» اگر اگر مجموعه جواب نامعادله $|x^۲ - ۲| < |x+۱| - ۱$ ، بازه $(a,b)$ باشد، طول وسط این بازه، کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

«هنوز از شنبه می ترسم

هنوز از درس بیزارم؛

خدا لعنت کند مثقی که

بی عشق تو می خواندم...!»

«مهدی آستارکی»

دانلود از سایت ریاضی سرا

فصل دوم :

# تابع

## ۱- یادآوری و تکمیل تابع

** کدامیک از معادلات زیر در اعداد حقیقی می تواند معادله یک تابع باشد ؟

۱۷۵) $y^۲ = x^۲ + ۱$ ۱۷۶) $|y| + \sqrt{x} = ۳$ ۱۷۷) $|x| + y = ۲$

۱۷۸- اگر $f(x) = \begin{cases} ۲x + \frac{x-۱}{|x|+۱} & (x \le ۰) \\ b + ۲x - ۳ & (x \ge ۰) \end{cases}$ نمایش یک تابع باشد ، مقدار $b$ را بیابید

۱۷۹- تابع $y = ۲x - ۱$ را در نظر بگیرید. فاصله نقاط این تابع از نقطه $A(۱,۲)$ را بر حسب تابعی از $x$ بیابید.

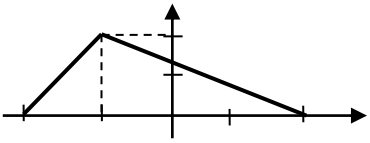
۱۸۰- می‌دانیم مساحت دایره به شعاع r از رابطه $S(r)=\pi r^۲$ و محیط آن از رابطه $P(r)=۲\pi r$ به‌دست می‌آید. محیط دایره را بصورت تابعی برحسب سطح آن بنویسید.

۱۸۱- تابع چند ضابطه‌ای $f$ را چنان بنویسید که در تمام شرایط زیر صدق کند:

الف) دامنه‌ی $[-۱,۵]$ و برد $[-۲,۴]$ ب) $f(۱) = ۲$ ج) $f$ یک به یک نباشد.

۱۸۲- تابع $f(x) = ۲|x+۱| - |x|$ را بصورت یک تابع چند ضابطه ای نوشته ، نمودار آنرا رسم کنید و از روی نمودار، دامنه و برد را تعیین کنید.

۱۸۳- دامنه و برد تابع زیر را به دست آورید و سپس ضابطه آن را بنویسید :



** دامنه توابع زیر را بیابید :

۱۸۴) $f(x) = \sqrt{۴ - \sqrt{۱ - ۲x}}$ ۱۸۵) $f(x) = \sqrt{\frac{x-۱}{x-۳}} + \sqrt{\frac{۲-x}{x}}$ ۱۸۶) $f(x) = \sqrt{۵ - \frac{x}{x+۲}}$

۱۸۷) $y = \frac{۱}{\sqrt{|x-۲|-|x+۳|}}$ ۱۸۸) $y = \log_{۲x^۲-۲x}(۲x-۱)$ ۱۸۹) $y = \frac{۲x-۳}{x|x|-۴}$

** کدام جفت تابع با هم مساویند ؟ چرا ؟

۱۹۰) $f(x) = sinx$ و $g(x) = \sqrt{۱ - cos^۲x}$ ۱۹۱) $f(x) = \frac{x}{|x|}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$

۱۹۲) $f(x) = \left(\sqrt{x}\right)^۲$ و $g(x) = \sqrt{x^۲}$ ۱۹۳) $f(x) = logx^۲$ و $g(x) = ۲logx$

۱۹۴- اگر $f(x) = ۲x - ۱$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{۴x^۲-۱}{۲x+۱} & x \ne -\frac{۱}{۲} \\ ۱ - k & x = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$ ، $k$ را طوری بیابید که به ازای هر $x$ متعلق به دامنه ، $f(x) = g(x)$

۱۹۵ - اگر دو تابع $f = \{(۵,۳), (-۳,۵)\}$ و $g = \{(b,c), (۵,a), (b,۵)\}$ مساوی باشند ، $\frac{a+b}{c}$ را بیابید.

۱۹۶ - «خرداد ۹۰» مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۴ سانتی‌متر مربع است. طول وتر این مثلث را به عنوان تابعی از یک ضلع آن $(x)$ به دست آورید.

۱۹۷- «دی ۹۰» نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۱ & x \le ۰ \\ -۲ & ۰ < x < ۱ \\ ۲x + ۱ & x \ge ۱ \end{cases}$ را رسم کنید ، سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.

۱۹۸- «دی ۹۰» آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^۲}{۱+\sqrt{۱+x^۲}}$ و $g(x) = \sqrt{۱ + x^۲} - ۱$ با هم مساویند؟ چرا ؟

۱۹۹- «شهریور ۹۰» تابع $y = |۱ - x| - ۳$ را به صورت یک تابع چندضابطه‌ای بنویسید و نمودار آن را رسم کنید. به کمک نمودار برد آن را معلوم کنید.

۲۰۰- «خرداد ۹۱ خارج» تساوی دو تابع $f(x) = \frac{x-۱}{\sqrt{x}+۱}$ و $g(x) = \sqrt{x} - ۱$ را بررسی کنید.

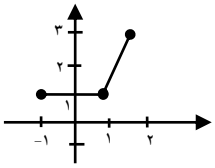
۲۰۱- «خرداد ۹۲» آیا دو تابع زیر با هم مساویند؟ چرا؟

$f(x) = \begin{cases} \frac{x^۲-۲۵}{x-۵} & x \ne ۵ \\ ۶ & x = ۵ \end{cases}$ و $g(x) = x + ۵$

۲۰۲- «دی ۹۲» نمودار تابع چندضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} ۲ + x & x \le ۰ \\ x^۲ & x > ۰ \end{cases}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید .

۲۰۳- «شهریور ۹۳» آیا در معادله‌ی $x^۲ - y^۲ = ۱$ را می‌توان به صورت تابعی از $x$ مشخص کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.

۲۰۴- «دی ۹۳» ضابطه تابع $f$ که نمودار آن در زیر آمده است را بیابید.



۲۰۵ – «خرداد ۹۴» آیا دو تابع زیرمساویند ؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^۲ - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-۱} \end{cases}$$

۲۰۶ ـ «خرداد ۹۵» نمودار تابع زیر را رسم کنید و به کمک آن برد تابع را مشخص کنید:

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۱ & x < ۰ \\ ۲ & ۰ \le x \le ۲ \\ x - ۱ & ۲ < x \end{cases}$$

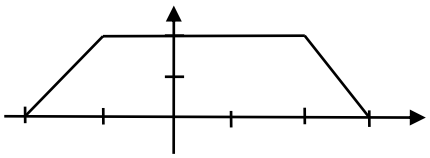
۲۰۷ ـ «خرداد ۹۵» درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید: تابع $f(x) = \sqrt{۱ - cos^۲ x}$ با تابع $g(x) = sinx$ مساوی است.

۲۰۸ ـ «کنکور ۹۵» دامنه تابع $f(x) = \sqrt{۱ - log(x^۲ - ۳x)}$ ، به کدام صورت بازه‌ها است؟

۱) $[-۲,۰) \cup (۳,۵]$ ۲) $[-۲,۰] \cup (۳,۵)$ ۳) $[-۲,۳)$ ۴) $(۰,۵]$

## ۲- رسم نمودار توابع

۲۰۹- اگر نمودار $y = f(x)$ بصورت مقابل باشد ، نمودار تابع های زیر را رسم کنید :



الف) $y = ۲f(x)$ ب) $y = f(-۲x)$

ج) $y = f(|x|)$ د) $y = |f(x)|$

** نمودار توابع زیر را رسم کرده ، دامنه و برد هر کدام را بصورت بازه بنویسید :

۲۱۰) $f(x) = ۲\sin x + ۱$ ۲۱۱) $g(x) = \sqrt{|x| + ۱}$ ۲۱۲) $h(x) = \log|x|$

** اگر $D_f = [-۱,۳]$ و $R_f = [-۲,۵]$ باشد ، دامنه و برد هر یک از توابع زیر را پیدا کنید:

۲۱۳) $y = f(۳x - ۲) + ۱$ ۲۱۴) $y = ۲ - ۳f\left(-\frac{۱}{۲}x + ۱\right)$

۲۱۵) $y = f(|x - ۱| + ۳)$ ۲۱۶) $y = ۲|f(x - ۱)| - ۵$

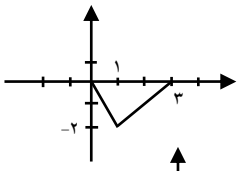
۲۱۷- ابتدا نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x + |x|$ را در بازه $[-۲,۲]$ رسم کنید و از آنجا نمودار توابع $۲f(x)$ و $f(۲x)$ را رسم کنید. دامنه و برد آنها را تعیین کنید.

۲۱۸- نقطه‌ی $(-۲,۱)$ روی نمودار $y = f(x)$ قرار دارد . در توابع زیر این نقطه به چه نقطه‌ای تبدیل خواهد شد؟

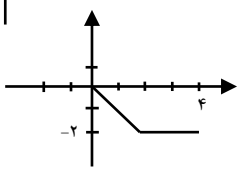
الف) $۲f(-x)$ ب) $-۲f(x)$ ج) $f(۲x)$ د) $y = ۳f\left(۲ - \frac{x}{۳}\right) + ۱$

۲۱۹- نمودار تابع $f(x) = x^۲ + ۱$ را در بازه $[-۱,۲]$ رسم کرده و به کمک آن نمودار تابع $g(x) = f(|x|)$ و $h(x) = -۲f(۲x)$ را رسم کنید.

۲۲۰- «خرداد ۹۱» شکل روبه‌رو ، نمودار تابع $y = f(x)$ است. با استفاده از انتقال، ابتدا نمودار تابع $y = f(x - ۳)$ را رسم کرده و سپس نمودار تابع $y = -۲f(x - ۳)$ را رسم کنید.



۲۲۱ – «خرداد ۹۱ خارج» با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار تابع $y = ۳f(۲x)$ را رسم کنید.



۲۲۲ – «دی ۹۱» ابتدا نمودار تابع $f(x) = |x - ۳|$ را در بازه‌ی $[۲,۴]$ رسم کنید . سپس به کمک آن ، نمودار تابع $f(-x)$ را رسم کنید.

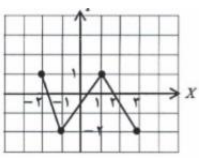
۲۲۳– «خرداد ۹۲» ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم نموده ، سپس با استفاده از آن ، نمودار تابع $g(x) = -۲f(x) - ۱$ را رسم کنید.

۲۲۴– «شهریور ۹۳» ابتدا نمودار تابع $f(x) = |x - ۱|$ را با دامنه‌ی $[۰,۲]$ رسم کنید. سپس نمودار $y = f(x) + ۱$ را رسم کرده و برد آن را به دست آورید.

۲۲۵– «خرداد ۹۴» تابع $y = f(x)$ با دامنه $[-۲,۱]$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $g(x) = -۲f(x) + ۱$ بازه‌ی ..... است.

الف) $[-۴,۲]$ ب) $\left[-۱,\frac{۱}{۲}\right]$

۲۲۶ ـ «شهریور ۹۴» نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل است. با استفاده از انتقال، نمودار تابع $y = f\left(\frac{۱}{۲}x\right) + ۱$ را رسم کنید.



## ۳- اعمال جبری روی توابع

** اگر $f = \{(۱,۳),(۲,-۱),(۰,۳),(-۱,۱)\}$ و $g = \{(۰,۱),(-۱,۱),(۳,۳),(۲,۵)\}$ باشند، مطلوب است :

۲۲۷) $k(x) = \frac{۱}{g^۲(x)}$ ۲۲۸) $h(x) = \frac{g(x)}{۱ + f(x)}$

۲۲۹- اگر $f(x)=\begin{cases} x^۲ & x\le ۱ \\ ۱-x & x>۱ \end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x^۳ & x<-۱ \\ x^۲+x & x\ge -۱ \end{cases}$ باشد ، ضابطه‌ی تابع $۲f+g$ را به دست آورید.

۲۳۰- اگر $D_f:[-۱,۶]$ و $D_g:[۰,۸]$ باشد، دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $h(x)=۲f(۲x+۱)-۳g\left(\frac{x}{۲}\right)$ را حساب کنید.

۲۳۱- دامنه‌ی تابع $f(x)=\frac{\sqrt{|x|-۴}+۱}{|۲x-۴|-۱۰}$ را مشخص کنید.

۲۳۲- اگر $f(\frac{۱}{x})=\sqrt{\frac{۲x-۱}{x^۲}}$ و $g(x)=۲\cos^۲ x$ باشـــد ، مقدار $(fog)(\frac{\pi}{۳})$ را بدست آورید.

۲۳۳- اگر $f=\{(۲,-۲),(۳,۵),(۵,۱),(۰,۰)\}$ و $g=\{(۵,۶),(۷,۰),(۱,۱),(-۲,۳)\}$ ، توابع $fog$ و $gof$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۲۳۴- اگر $f=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۴)\}$ آنگاه تابع $fof$ را بیابید.

۲۳۵- توابع $f$ و $g$ با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x-۳}$ و $g(x)=\frac{x+۱}{x-۱}$ مفروضند :

الف)دامنه توابع $f$ و $g$ و $gof$ را تعیین کنید. ب)ضابطه تابع $gof$ را بنویسید.

۲۳۶- توابع $f$ و $g$ با ضابطه های $f(x)=x^۲$ و $g(x)=\frac{۱}{\sqrt{x}}$ مفروضند . $fog$ و $gof$ را محاسبه نموده و سپس درست یا نادرست بودن $gof=fog$ را نتیجه‌گیری نمائید. ( با ذکر دلیل )

۲۳۷- اگر $f(x)=\frac{۱-x^۲}{x^۲}$ و $g(x)=Cosx$ باشد ، مقدار $fog(x)$ را به ساده‌ترین صورت ممکن به‌دست آورید.

۲۳۸ - اگر $f(x)=\sqrt{۴-x^۲}$ و $g(x)=۳x+۵$ باشد ، دامـــنه تابع $fog$ را بدون تشکیل ضابطه تعـــیین کنید.

۲۳۹- اگر $f(۳x+۱)=۶x+۴$ ، آنگاه $f(x)$ را بیابید.

۲۴۰- اگر $f\left(\frac{x^۴-۱}{x^۴+۱}\right)=x^۴+x^۸+x^{۱۶}$ باشد ، حاصل $f\left(\frac{۱}{۲}\right)$ را به دست آورید.

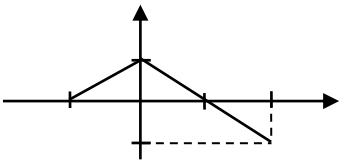
۲۴۱- اگر $fog(x)=\frac{x+۱}{x-۱}$ و $g(x)=x-۱$ باشـند ، $f(x)$ را بیـــــابید.

۲۴۲- اگر $(fog)(x)=x^۴$ و $f(x)=(x+۱)^۲$ ، ضابـطه تابع $g$ کدام است ؟

۲۴۳ - همه توابع خطی $f(x)=ax+b$ را پیدا کنید به طوری که : $(fof)(x)=x$

۲۴۴- اگر $f(x)=\begin{cases} ۱ & x\in Q \\ ۰ & x\notin Q \end{cases}$ باشد ، آنگاه تابـع $fof$ و دامنه و برد آن را بیابید.

۲۴۵- نمودار تابع $f$ به صورت مقـابل است . برد تابع $fof$ را به صورت بازه بنویسید.



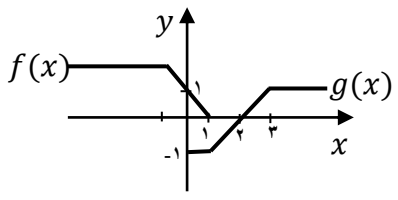
۲۴۶- اگر برای هر $x$ رابطه‌ی $f(۲-x)+۴f(۲+x)=۲x$ برقرار باشد ، ضابطه‌ی تابع $f(x)$ را به دست آورید.

۲۴۷- اگر $۳f(۱+x)+f\left(۱+\frac{۱}{x}\right)=۱-۵x$ باشد ، ضابطه‌ی $f(x)$ را حساب کنید.

۲۴۸- «خرداد ۹۰» اگر $f(x)=۳x-۲$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۳}$ باشد ، آنگاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $(۳f+۲g)(۴)$ ب) $D_{fog}$

۲۴۹- «شهریور ۹۰» با استفاده از نمودار تابع $f,g$ در شکل روبرو عبارات داده شده را محاسبه کنید.




الف) $(f+g)(۱)$

ب) $(fog)(۲)$

۲۵۰ - «دی ۹۰» اگر $f=\{(۰,۱),(۱,۲),(۳,۴)\}$ و $g=\{(-۲,۱),(۰,۰),(۱,۵),(۳,۳)\}$ دو تابع باشند :

الف)$(f+g)(۱)$ را به دست آورید.

ب)تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.

ج)دامنه تابع $fog$ را تعیین کنید.

۲۵۱- «خرداد ۹۱» اگر $f(x)=\sqrt{x-3}$ و $g=\{(0,4),(3,2),(5,6)\}$ دو تابع باشند:

الف)تابع $fog$ را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید.

ب)دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

۲۵۲ - «شهریور ۹۱» اگر $f(x)=\frac{3}{x-2}$ و $g(x)=\frac{4}{x}$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\left(\frac{2f}{g}\right)(4)$ ب) $D_{fog}$

۲۵۳- «دی ۹۱» اگر $f=\{(4,5),(6,3),(7,1)\}$ و $g=\{(3,4),(6,0),(4,6)\}$ دو تابع باشند :

الف)توابع $\frac{f}{g}$ و $fog$ را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید. ب)مقدار $(2f+g)(4)$ را بیابید.

۲۵۴- «خرداد ۹۲» اگر $f(x)=\frac{1}{x-1}$ و $g(x)=\sqrt{x}$ دو تابع باشند:

الف) مقدار $3(f-g)(4)$ را به دست آورید. ب)دامنه‌ی تابع $fog$ را بیابید.

۲۵۵- «شهریور ۹۲» اگر $f=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$ و $g=\{(1,2),(3,5)\}$ دو تابع باشند :

الف) تابع $f+g$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.

ب) مقدار $(gof)(3)$ را بیابید.

۲۵۶- «دی ۹۲» دو تابع $f(x)=x-1$ و $g(x)=\sqrt{x+2}$ را در نظر بگیرید.

الف)دامنه‌ی تابع $gof$ را بدون محاسبه‌ی $(gof)(x)$ به دست آورید.

ب) ضابطه $gof$ را به دست آورید.

ج) مقدار $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$ را محاسبه کنید.

۲۵۷- «خرداد ۹۳» دوتابع $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$ و $g(x)=\sqrt{x+4}$ را در نظر بگیرید:

الف) مقدار $(f+g)(0)$ را به دست آورید.

ب) دامنه $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.

۲۵۸- «خرداد ۹۳» اگر $f(x)=x^2+2x+2$ باشد ، تابع $g(x)$ را به گونه‌ای مشخص کنید که : $(fog)(x)=x^2-4x+5$

۲۵۹- «شهریور ۹۳» دو تابع $f=\{(1,3),(2,-5),(0,7),(3,-4)\}$ و $g=\{(1,4),(3,1),(0,0),(5,-2)\}$ را در نظر بگیرید:

الف)تابع $f\times g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. ب) مقدار $fog(0)$ را به دست آورید.

۲۶۰- «دی ۹۳» اگر $f(x)=1-\frac{1}{x}$ و $g(x)=\frac{1}{x+2}$ باشند، دامنه تابع $gof$ را تعیین کنید.

۲۶۱ - «خرداد ۹۴» اگر $f=\left\{(0,2),(1,-1),\left(3,-\frac{1}{4}\right),\left(1,\frac{3}{2}\right)\right\}$ و $g=\left\{(2,\sqrt{2}),(-1,2),\left(\frac{1}{2},3\right),(-1,0),(-2,3)\right\}$ باشند:

الف) تابع $2f-g$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.

ب) تابع $gof$ را به دست آورید.

ج) مقدار $\left(\frac{f}{g}\right)(1)$ را محاسبه کنید.

۲۶۲ ـ «شهریور ۹۴» دو تابع $f(x)=\sqrt{x}+2$ و $g(x)=\frac{1}{x-4}$ را در نظر بگیرید.

الف) دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

ب) مقدار $(fog)(5)$ را محاسبه کنید.

۲۶۳ ـ «دی ۹۴» برای دو تابع $f(x)=\frac{1}{x^2-4}$ و $g(x)=\frac{2}{x}$ بدون نوشتن ضابطه، دامنه $fog$ رابه دست آورید.

۲۶۴ ـ «خرداد ۹۵» اگر $f(x)=\frac{1}{x}$ و $g(x)=\frac{x+2}{x-1}$ دو تابع باشند :

الف) دامنه تابع $fog$ را به دست آورید.

ب) ضابطه تابع $fog$ را بنویسید.

ج) مقدار $(g-f)(2)$ را حساب کنید.

۲۶۵- «کنکور ۹۰» تابع $f=\{(2,1),(3,2),(4,5),(1,7)\}$ و $g=\{(1,2),(3,1),(a,3),(b,1)\}$ مفروض‌اند. اگر $(4,2)\in fog$ , $(4,1)\in gof$ باشند، دوتایی $(a,b)$ کدام است؟

۱) $(3,4)$ ۲) $(4,3)$ ۳) $(4,5)$ ۴) $(5,4)$

۲۶۶- «کنکور ۹۱» اگر $g(x)=۲x-۱$ و $(fog)(x)=\frac{x}{x-۳}$، مقدار $f(۳)$ کدام است؟

۱) $-۴$ ۲) $-۲$ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۶۷- «کنکور ۹۲» اگر $f(x)=۲x+۳$ و $g\big(f(x)\big)=۸x^۲+۲۲x+۲۰$ باشند، ضابطه تابع $fog$، کدام است؟

۱) $۲x^۲-۷x+۳$ ۲) $۲x^۲-۷۳x+۷$ ۳) $۴x^۲-۲x+۱۳$ ۴) $۴x^۲-۴x+۱۱$

۲۶۸- «کنکور ۹۳» اگر $g(x)=۲x-۳$ و $(fog)(x)=۴(x^۲-۴x+۵)$ باشند، تابع $f(x)$ کدام است؟

۱) $x^۲-۴x+۳$ ۲) $x^۲-۴x+۵$ ۳) $x^۲-۲x+۵$ ۴) $x^۲-۲x+۳$

۲۶۹- «کنکور ۹۴ خارج» تابع با ضابطه $g(x)=x-\sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع $f$ محور $x$ها را در دو نقطه به طول‌های ۶ و $-\frac{۱}{۴}$ قطع کند، آن‌گاه نمودار تابع $fog$، محور $x$ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۴ و $\frac{۱}{۹}$ ۲) ۹ و $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ و ۴ ۴) ۹ و ۴

۲۷۰- «کنکور ۹۵ خارج» اگر $f(x)=\sqrt{۲-x}$ و $g(x)=\log(x^۲-۱۵x)$ باشند، دامنه تابع $fog$، کدام است؟

۱) $(۰,۵]\cup[۲۰,۲۵)$ ۲) $[-۵,۰)\cup(۱۵,۲۰]$ ۳) $(۱۵,۲۰]$ ۴) $[-۵,۰)$

## ٤- توابع زوج و فرد

۲۷۱- در صورتی که مجموعه $\{(-۲,a-۱),(۲,۴),(۷,b-۳),(-۷,۱)\}=f$ فرد باشد، $a+b$ را بیابید.

** زوج یا فرد بودن توابع زیر را بررسی کنید:

۲۷۲) $f(x)=x^۳-Sinx$

۲۷۳) $g(x)=\frac{|x|}{x^۲-۹}$

۲۷۴) $f(x)=\frac{۴}{۱-x}+\frac{۳x+۷}{x+۱}$

۲۷۵) $f(x)=|x-۲|-|x+۲|$

۲۷۶) $f(x)=\frac{(۱+۲^x)^۲}{۲^x}$

۲۷۷) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{۱-x^۲}}$

۲۷۸- نشان دهید مبداء مختصات، مرکز تقارن تابع $y=\log\frac{x+۱}{x-۱}$ می باشد.

۲۷۹- ابتدا نمودار تابع $f$ با ضابطه $f(x)=|\sin x|$ و $-\frac{\pi}{۲}\le x\le\frac{\pi}{۲}$ را رسم کنید، سپس با توجه به نمودار $f$، زوج یا فرد بودن $f$ را بررسی کنید.

** تابع $f:\mathcal{R}\to\mathcal{R}$ زوج وتابع $g:\mathcal{R}\to\mathcal{R}$ فرد می باشند. زوج یا فرد بودن توابع زیر را بررسی کنید:

۲۸۰) $f.g$ ۲۸۱) $f+g$ ۲۸۲) $f-g$ ۲۸۳) $\frac{f}{g}$

۲۸۴) $fog$ ۲۸۵) $gof$ ۲۸۶) $fof$ ۲۸۷) $gog$

۲۸۸- اگر $f(x)=۱+\frac{۱}{x}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۱}$، زوج یا فرد بودن $fog$ را بررسی کنید.

** زوج یا فرد بودن توابع زیر را با رسم نمودار آنها بررسی کنید:

۲۸۹) $f(x)=|x^۲-۳|$

۲۹۰) $f(x)=x|x|$

۲۹۱) $f(x)=x|x|$

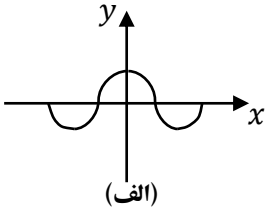
۲۹۲) $f(x)=x^۳$ در بازه $[-۱,۱]$

۲۹۳- «شهریور ۹۰» زوج یا فـــــرد بودن تابع $y=\frac{x^۳-۳x}{x^۲-۱}$ را معلوم کنید.

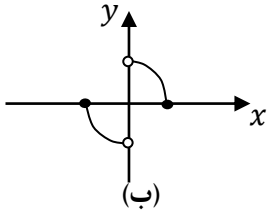
۲۹۴- «شهریور ۹۱» زوج یا فرد بودن تابع $f(x)=۳x+sinx$ را مشخص کنید.

۲۹۵- «دی ۹۱» زوج یا فرد بودن تابع $f(x)=x^۲+cosx$ را معلوم کنید.

۲۹۶- «خرداد ۹۳» زوج یا فرد بودن توابعی که نمودار آن‌ها در زیر آمده است را مشخص کنید:



(الف)



(ب)

۲۹۷- «دی ۹۳» زوج یا فرد بودن تابع $f(x)=\frac{x^۳-۳x}{۲x^۸+x^۲}$ را مشخص کنید.

۲۹۸- «خرداد ۹۴» تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x}$ ..... است. الف)زوج ب)فرد

۲۹۹- «شهریور ۹۴» زوج یا فرد بودن تابع $f(x)=x^۳-sinx$ را بررسی کنید.

۳۰۰ - «خرداد ۹۵» زوج یا فرد بودن تابع $f(x)=\frac{x^۲-cosx}{|x|}$ را بررسی کنید.

۳۰۱- «کنکور ۹۰» به ازای کدام مقدار $a$ ، ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}۲\sqrt{x} & x\geq ۰\\ -\sqrt{ax} & x<۰\end{cases}$ ضابطه‌ی یک تابع فرد است؟

۱) $-۴$ ۲) $\pm ۴$ ۳) $۴$ ۴)هیچ مقدار $a$

## ۵- توابع صعودی ، نزولی و ثابت

** با رسم شکل توابع زیر ، صعودی ، نزولی یا ثابت بودن آنها را در بازه‌های مشخص، تعیین کنید :

۳۰۲) $f(x)=-\big||x|-۲\big|$ ۳۰۳) $f(x)=\sqrt{x-۱}+۲$ ۳۰۴) $f(x)=۴x+۳|x|$ ۳۰۵) $f(x)=\begin{cases}۲x+۱ & (x\geq ۱)\\ ۳ & (-۱\leq x\leq ۱)\\ -۳x+۵ & (x<-۱)\end{cases}$

۳۰۶ - نموداری رسم کنید که تمام ویژگی‌های زیر را داشته باشد:

الف) $f(۲)=۱$ ب) روی اعداد نامنفی ثابت باشد.

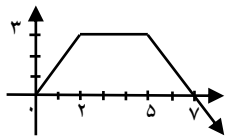
ج) روی بازه $[-۳,۰]$ صعودی اکید باشد . د) روی بازه $(-\infty,-۳]$ نزولی اکید باشد.

۳۰۷ - اگر $f$ تابعی نزولی باشد و $f(-۱)=۰$ باشد ، دامنه‌ی تابع $g(x)=\sqrt{(x^۳-x)f(x)}$ را حساب کنید.

۳۰۸ - اگر $f$ نزولی و $g$ صعودی باشد ، یکنوایی توابع $fog$ و $gof$ را بررسی کنید.

۳۰۹- «خرداد ۹۰» تابع $f(x)=\begin{cases}x+۱ & x<-۲\\ ۱ & -۲<x<۱\\ -۲x & x>۱\end{cases}$ را رسم کنید و بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی ، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.

۳۱۰- «خرداد ۹۱» تابع روبه‌رو در بازه‌ی ..... صعودی اکید و در بازه‌ی .....




نزولی اکید و در بازه‌ی ..... ثابت است.

۳۱۱ - «خرداد ۹۱ خارج» با رسم نمودار تابع $y=|x+۲|+|x-۱|$ مشخص کنید تابع در چـــه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است؟

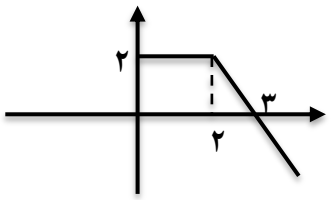
۳۱۲- «شهریور ۹۲» ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید، سپس بازه‌هایی را که در آن تابع، صعودی اکید ، نزولی اکید یا ثابت است را مشخص کنید.

$$f(x)=\begin{cases}x^۲ & x<۰\\ ۱ & ۰\leq x\leq ۱\\ x-۱ & x>۱\end{cases}$$

۳۱۳ - «خرداد ۹۴» تابع $y=x^۲-۱$ در بازه $(-\infty,۰)$ ..... است. الف)نزولی ب)صعودی

۳۱۴ - «دی ۹۴» جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید: تابع $f(x)=|x|+۱$ در بازه ..... صعودی است.

۳۱۵ - «دی ۹۴» با توجه به شکل داده شده زیر :




الف) ضابطه تابع را بنویسید.

ب) تابع در چه بازه‌هایی صعودی یا نزولی یا ثابت است؟

ج) نمودار را به گونه‌ای تکمیل کنید که نمودار جدید یک تابع زوج را نمایش دهد.

۳۱۶ - «کنکور ۹۱» تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^۲-۲x-۳$ با دامنه‌ی $\{x:|x-۱|<۲\}$ همواره چگونه است؟

۱) نزولی ۲) مثبت ۳)صعودی ۴)منفی

## ۶- توابع یک به یک و تابع وارون

** یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید :

۳۱۷) $f(x)=۳^{x+۲}-۱$ ۳۱۸) $f(x)=\frac{|x|-۲}{|x|+۱}$ ۳۱۹) $f(x)=|x+۲|$ اگر $x>۰$

۳۲۰) $f(x)=\log_۳ ۲x+۱$ ۳۲۱) $f(x)=x+\sqrt{x}$ ۳۲۲) $f(x)=x^۳+۳x^۲+۳x$

۳۲۳- با رسم شکل نشان دهید تابع $f(x)=\begin{cases}x+۱ & x<۰\\ x^۲+۱ & x\geq ۰\end{cases}$ تابعی یک به یک است .

** با محدود کردن دامنه توابع زیر روی یک بازه ، تابعی یک به یک بسازید :

۳۲۴) $f(x)=-|x|+۲$ ۳۲۵) $f(x)=|\cos x|$ ۳۲۶) $f(x)=x^۲-۲x$

۳۲۷- ثابت کنید تابع $f(x)=x^۲+۱$ در بازه $(-\infty,۰]$ یک به یک است . سپس ضابطه وارون آنرا تعیین کنید .

۳۲۸- نشان دهید دو تابع $f(x)=۴x^۳+۳$ و $g(x)=\sqrt[۳]{\frac{x-۳}{۴}}$ وارون یکدیگرند.

۳۲۹- تابع $f$ با ضابطه مقابل مفروض است :

$$f(x)=\begin{cases}۴x-x^۲-۳ & (x<۲)\\ x-۲ & (x\geq ۲)\end{cases}$$

الف)ثابت کنید این تابع در بازه ی $(-\infty,۲)$ یک به یک است.

ب)ضابطه تابع معکوس تابع $f$ را در بازه ی $(-\infty,۲)$ بنویسید.

** ضابطه تابع وارون توابع زیر را بیابید :

۳۳۰) $f(x)=\sqrt{۱+\sqrt{x}}$ ۳۳۱) $f(x)=\frac{۲\sqrt{x}-۱}{\sqrt{x}+۳}$ ۳۳۲) $f(x)=x^۳-۳x^۲+۳x-۴$

۳۳۳ - ضابطه‌ی وارون تابع $f(x)=\begin{cases}x^۲ & x\geq ۱\\ x-۱ & x<۱\end{cases}$ را به دست آورید.

۳۳۴ - وارون تابع روبه‌رو را به‌دست آورید: $f(x)=\begin{cases}x & x<۱\\ x^۲ & ۱\leq x\leq ۴\\ ۲^x & x>۴\end{cases}$

۳۳۵- اگر $f$ تابعی وارون‌پذیر و $f^{-۱}$ وارون آن باشد، وارون تابع $g(x)=۳f\left(\frac{x}{x+۲}\right)-۵$ را حساب کنید.

۳۳۶ - اگر ضابطه تعریف $f$ و $g$ بصورت $f(x)=۳x-۲$ و $g(x)=۲+x$ باشد ، ضابطه تابع معکوس $fog$ را بنویسید.

۳۳۷ - در تابع $f(x)=-x+\sqrt{-۲x}$ ، مقدار $f^{-۱}(۴)$ را بیابید .

۳۳۸ - اگر $f^{-۱}(x)$ ، تابع معکوس $f(x)=\sqrt[۳]{x^۳+۱}$ باشد ، حاصل $f^{-۱}(۱)$ را به دست آورید.

۳۳۹ - اگر $f(x)=۲x+۱$ و $g(x)=x-۱$ ، ضابطه تعریف تابع $fog^{-۱}$ را حساب کنید.

۳۴۰ - فرض کنید $f(x)=۷x-۵$ و $g(x)=۲-x$ باشند . درستی رابطه $(fog)^{-۱}=g^{-۱}of^{-۱}$ را بررسی کنید.

۳۴۱ - «شهریور ۹۰» اگر $f(x)=۴x-۳$ و $g(x)=x+۲$ ، تابع $(gof)^{-۱}$ را حساب کنید.

۳۴۲ - «خرداد ۹۱» ثابت کنید تابع $f(x)=(x-۲)^۲$ , $x\geq ۲$ وارون‌پذیر است. سپس ضابطه‌ی وارون آن را بنویسید.

۳۴۳ - «خرداد ۹۱ خارج» وارون‌پذیری تابع $f(x)=\frac{x-۱}{۲x+۳}$ را بررسی کرده و برد تابع را تعیین کنید.

۳۴۴ - «خرداد ۹۲» وارون تابع $y=\frac{۲x+۱}{x-۳}$ برابر است با تابع .....

۳۴۵ - «شهریور ۹۲» وارون‌پذیری تابع $f(x)=\sqrt{x+۳}-۵$ را بررسی کنید و در صورت وارون‌پذیر بودن تابع ، ضابطه وارون آن را به دست آورید.

۳۴۶ - «دی ۹۲» وارون تابع $y=x^۳$ ، تابع ..... است.

۳۴۷ - «خرداد ۹۳» آیا تابع $f(x)=x^۲-۲x$ یک به یک است ؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.

۳۴۸ - «دی ۹۳» ضابطه وارون تابع $f(x)=\sqrt{۲x+۳}$ را به دست آورید.

۳۴۹ - «خرداد ۹۴» به کمک رسم نمودار، ثابت کنید تابع زیر وارون پذیر نیست: $f(x)=\begin{cases}x^۲ & x\geq ۰\\ -x-۱ & x<۰\end{cases}$

۳۵۰ ـ «شهریور ۹۴» تحقیق کنید آیا دو تابع $f(x)=\frac{۱}{x}+۳$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۳}$ وارون یکدیگرند؟

۳۵۱ ـ «دی ۹۴» یک به یک بودن تابع $y=(x+۲)^۲-۲$ را بررسی کرده و وارون آن را بدست آورید.

۳۵۲ ـ «خرداد ۹۵» درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید: وارون تابع $f(x)=\frac{۷}{x}+۳$ برابر $g(x)=\frac{۷}{x-۳}$ است.

۳۵۳ - «کنکور ۹۰» اگر $f(x)=\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}$ باشد ، ضابطه‌ی تابع $f^{-۱}(sinx)$ کدام است؟

۱) $tanx$ ۲) $cotx$ ۳) $\frac{|cosx|}{sinx}$ ۴) $\frac{sinx}{|cosx|}$

۳۵۴ - «کنکور ۹۲» تابع $f(x)=x^۲+۲x+۱$ با دامنه $(-۱,+\infty)$ مفروض است. نمودارهای دو تابع $f$ و $f^{-۱}$ در چند نقطه متقاطع هستند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴)غیرمتقاطع

۳۵۵ - «کنکور ۹۲ خارج» تابع با ضابطه‌ی $f(x)=۲x-|۴-۲x|$ در بازه‌ای وارون‌پذیر است. ضابطه $f^{-۱}(x)$ در آن بازه کدام می‌باشد؟

۱) $\frac{۱}{۴}x+۱$ و $x\geq ۴$ ۲) $\frac{۱}{۴}x-۱$ و $x\leq ۴$ ۳) $\frac{۱}{۴}x-۱$ و $x\geq ۴$ ۴) $\frac{۱}{۴}x+۱$ و $x\leq ۴$

۳۵۶ - «کنکور ۹۳ خارج» اگر دو خط به معادلات $ax+by=۸$ و $۲x-۳y=b$ ، نسبت به نیمساز ربع اول متقارن باشند ، $a+b$ کدام است؟

۱) $\pm ۳$ ۲) $\pm ۲$ ۳) $۲,-۳$ ۴) $۲-,۳$

۳۵۷ - «کنکور ۹۴» نمودار تابع $y=|۲x-۶|-|x+۴|$ در یک بازه اکیداً نزولی است. ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟

۱) $-x+۶\ ;\ x<-۴$ ۲) $-x+۵\ ;\ x>۲$ ۳) $-\frac{۱}{۲}x+۱\ ;\ -۴<x<۳$ ۴) $-\frac{۱}{۲}x+۱\ ;\ -۴<x<۱۰$

## ۷- تابع جزء صحیح و ...

** دوره تناوب توابع زیر را به دست آورید:

۳۵۸) $f(x)=sin^{۵}(۳x+۱)$ ۳۵۹) $f(x)=cos^{۴}\left(۲x-\frac{\pi}{۶}\right)$ ۳۶۰) $f(x)=\left|sin\left(\frac{۲x}{۵}\right)\right|$

۳۶۱) $f(x)=cos\pi x-sin\frac{۲x}{۵}$ ۳۶۲) $f(x)=|sinx|+|cosx|$ ۳۶۳) $f(x)=۴x-[۴x]$

۳۶۴- حاصل $\|[۷x]-|[۵x]|\|$ به ازای $x=-\frac{۱}{۲}$ کدام است ؟

** معادله‌های زیر را حل کنید :

۳۶۵) $[۲x-۳]=۵$ ۳۶۶) $۲[۳-x]+۱=-۱$ ۳۶۷) $\left[\frac{۲x+۱}{x}\right]=۳$

۳۶۸) $\log[x]=۱$ ۳۶۹) $[x]^{۲}+[x]-۲=۰$ ۳۷۰) $[[x-۲]+۲]=۱$

** دامنه توابع زیر را بیابید :

۳۷۱) $f(x)=\frac{۳x-۵}{x-[x]}$ ۳۷۲) $f(x)=\sqrt{۴-[x]}$ ۳۷۳) $f(x)=\frac{\sqrt{x^{۲}-۱}}{[x]-۱}$

** نمودار توابع زیر را در بازه های خواسته شده رسم کنید :

۳۷۴) $f(x)=۲[x]-۳$ در بازه $[-۲,۱]$ ۳۷۵) $f(x)=۳\left[\frac{x}{۲}\right]$ در بازه $[-۲,۴)$

۳۷۶) $f(x)=[۲x]-۳$ در بازه $[-۱,۱)$ ۳۷۷) $f(x)=۲x-[۲x]$ در بازه $[-۱,۱)$

۳۷۸) $f(x)=[x^{۲}]$ در بازه $(-۲,۲)$ ۳۷۹) $f(x)=[sinx]$ اگر $-۲\pi\le x\le ۲\pi$

۳۸۰- آیا دو تابع $f(x)=\left[\frac{x^{۲}}{x^{۲}+۱}\right]$ و $g(x)=۰$ با هم مساویند ؟ چرا ؟

۳۸۱- «شهریور ۹۱» نمودار تابع $y=[x]+۲$ را در بازه‌ی $[-۱,۲)$ رسم کنید.

۳۸۲- «دی ۹۲» مقدار تابع $f(x)=[x+۱]$ به ازای $x=\sqrt{۲}$ ..... می‌باشد.

۳۸۳- «دی ۹۲» دوره تناوب تابع $y=sin۳x$ برابر با ..... است.

۳۸۴- «خرداد ۹۳» اگر $f(x)=[x+۳]$ باشد ، در این صورت حاصل $f(۲-\sqrt{۲})$ برابر ..... است.

۳۸۵- «شهریور ۹۳» نمودار تابع $f(x)=[۲x]$ را در بازه‌ی $[۰,۱)$ رسم کنید.

۳۸۶- «دی ۹۴» جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید : اگر $f(x)=[x+۱]$ باشد حاصل $f(\sqrt{۳}-۱)$ برابر با ..... است.

۳۸۷- «کنکور ۹۲ خارج» اگر $f(x)=x-[x]$ آن‌گاه برد تابع $g(x)=f(۲x-۳)-۲f(x)$ کدام می‌باشد؟

۱) $[-۱,۰]$ ۲) $[۰,۱]$ ۳) $\{-۱,۰\}$ ۴) $\{۰,۱\}$

«انسان های بزرگ

از خودشان توقع دارند،

و انسان های کوچک از دیگران ...!»

دانلود از سایت ریاضی سرا

فصل سوم:

# مثلثات

## ۱- توابع و اتحادهای مثلثاتی

۳۸۸ - نمودار تابع با ضابطه $y=|\tan x|$ را در فاصله‌ی $(-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲})$ رسم کنید. آیا تابع زوج است ؟ چرا ؟

۳۸۹ - اگر $A=۹۰^\circ$ و $b=۳c$ باشد ، مقدار $\tan(B-C)$ را بیابید.

۳۹۰ - اگر $sin\alpha=\frac{۱}{۵}$ و $\alpha$ زاویه حاده باشد ، مقادیر زیر را حساب کنید:

الف) $sin۲\alpha$ ب) $cos۳\alpha$ ج) $tan\frac{\alpha}{۲}$ د) $sin\left(\frac{۵\pi}{۲}-\alpha\right)$

۳۹۲- اگر $\alpha$ و $\beta$ زاویه های منفرجه و کمتر از ۲۷۰ درجه باشند ، بطوری‌که $\sin\alpha=\frac{۳}{۵}$ و $\sin\beta=\frac{۴}{۵}$ مقادیر زیر را بیابید :

الف) $\sin(\alpha-\beta)$ ب) $\cos۲\alpha$ ج) $\tan(\alpha+\beta)$

۳۹۳- اگر $tan(a-b)=\frac{۳}{۷}$ و $tan(a+b)=\frac{۲}{۵}$ باشد ، $tan۲a$ را به دست آورید.

۳۹۴ - مقدار عددی $\tan\left(\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۶}\right)$ را بیابیـد.

۳۹۵ - نسبت‌های مثلثاتی زاویه $۷/۵^\circ$ را حساب کنید.

۳۹۶ - حاصل $\sqrt{۲}[\sin(x+\frac{\pi}{۴})+\cos(x+\frac{\pi}{۴})]$ کـــدام است ؟

۳۹۷ - درستی رابطه‌ی $\sin a\cdot\tan a=\frac{۱}{\cos a}-\cos a$ را تحقیق کنید.

۳۹۸ - اگر $A+B=\frac{\pi}{۴}$ باشد ، ثابت کنید : $\sqrt{۲}\sin A=\cos B-\sin B$

۳۹۹ - اگر $\sin x+\cos x=\sqrt{۲}$ باشد ، $\cos۲x$ را محاسبه کنید.

** با کمک فرمول‌های مثلثاتی ثابت کنید :

۴۰۰) $\sin(a+b).\sin(a-b)=\sin^۲a-\sin^۲b$

۴۰۱) $\frac{\cos۲x-\cos۴x}{\cos۲x+\cos۴x}=\tan x\tan ۳x$

۴۰۲) $\frac{۴sin(\frac{\pi}{۴}+\alpha)sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)}{sin۵\alpha+sin\alpha}=\frac{۱}{sin۳\alpha}$

۴۰۳) $\frac{\sqrt{۱+sin۵۰^\circ}}{sin۱۰^\circ+sin۵۰^\circ}=\sqrt{۲}$

۴۰۴ - درستی رابطه‌ی رو به رو را ثابت کنید : $\frac{۲\sin\alpha\cos۳\alpha}{\sin۲\alpha}=۲\cos۲\alpha-۱$

۴۰۵ - درستی رابطه‌ی مـقابل را ثابت کنید : $\cos۲۰^\circ+\cos۱۴۰^\circ+\cos۱۰۰^\circ=۰$

۴۰۶ - ثابت کنید : $cos۲۰^\circ.cos۴۰^\circ+cos^۲۸۰^\circ=\frac{۳}{۴}$

۴۰۷ - مقدار عبارت $\frac{cos۲۰^\circ+\sqrt{۳}sin۲۰^\circ}{cos۴۰^\circ}$ کدام است؟

۴۰۸ - عبارت $tan۲۰^\circ\left(۱+cos۴۰^\circ\right)$ را به خلاصه ترین صورت بنویسید.

** عبارتهای زیر را ساده کنید :

۴۰۹) $\frac{\cos x+\cos۲x+\cos۳x}{\cos۲x}$

۴۱۰) $\sin\frac{\pi}{۱۲}+\sin\frac{۷\pi}{۱۲}$

۴۱۱) $\frac{\sin۱۰x-\sin۶x}{\cos۱۰x+\cos۶x}$

۴۱۲) $\frac{۱}{۲\sin a}[\sin(a+b)+\sin(a-b)]$

۴۱۳ - «شهریور ۹۰» اگر $\alpha$ و $\beta$ زاویه‌هایی در ربع سوم باشند و $sin\alpha=-\frac{۴}{۵}$ و $cos\beta=-\frac{۵}{۱۳}$ ، مقدار $sin(\alpha+\beta)$ را محاسبه کنید.

۴۱۴- «دی ۹۰» نشان دهید برای هر زاویه $\alpha$ داریم : $cos۲\alpha=۲cos^۲\alpha-۱$

۴۱۵- «خرداد ۹۱» سینوس زاویه $۲۲/۵^\circ$ را حساب کنید.

۴۱۶ - «شهریور ۹۱» درستی اتحاد زیر را ثابت کنید : $cos۲x=\frac{۱-tan^۲x}{۱+tan^۲x}$

۴۱۷ - «دی ۹۱» فرمول $sin۲\alpha$ زاویه‌ای را از فـــرمول $sin(\alpha+\beta)$ به دست آورید.

۴۱۸ - «خرداد ۹۲،۹۰» درستی اتحاد $\sqrt{۲}sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)=sinx+cosx$ را ثابت کنید.

۴۱۹ - «شهریور ۹۲» مقدار $sin۷۵^\circ$ را به دست آورید.

۴۲۰- «دی ۹۲» نشان دهید برای هر زاویه $\alpha$ داریم : $cos۲\alpha = ۱ - ۲sin^۲\alpha$

۴۲۱- «خرداد ۹۳» عبارت $sin(x+h) - sinx$ را به حاصل ضرب تبدیل کنید.

۴۲۲ - «شهریور ۹۳» مقدار کسینوس زاویه $۱۵^\circ$ را حساب کنید.

۴۲۳ - «دی ۹۳» مقدار تانژانت زاویه‌ی $۱۰۵^\circ$ را حساب کنید.

۴۲۴ - «خرداد ۹۴» $\alpha$ زاویه‌ای حاده و $\beta$ زاویه‌ای منفرجه است و $sin\alpha = \frac{۳}{۵}$ و $cos\beta = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$. مقدار $cos(\alpha - \beta)$ را محاسبه کنید.

۴۲۵ ـ «شهریور ۹۴» نشان دهید برای هر زاویه $\alpha$ داریم: $cos^۲\alpha = \frac{۱+cos۲\alpha}{۲}$

۴۲۶ ـ «دی ۹۴» با استفاده از فرمول $sin(\alpha+\beta)$ و $sin(\alpha-\beta)$ نشان دهید :

$$sin\alpha sin\beta = \frac{۱}{۲}\big(sin(\alpha+\beta) + sin(\alpha-\beta)\big)$$

۴۲۷ ـ «خرداد ۹۵» درستی اتحاد روبرو را ثابت کنید : $cos۳\alpha = ۴cos^۳\alpha - ۳cos\alpha$

۴۲۸ - «کنکور ۹۱» خلاصه شده کسر $\frac{sin^۲۷x - sin^۲۲x}{sin۵x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{۵۴}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\sqrt{۳}$

## ۲- معادلات مثلثاتی

۴۲۹ - معادله $Sin۳x(۱-Cos۳x)=۰$ در فاصله $۰ < x < \frac{\pi}{۲}$ چند ریشه دارد ؟

۴۳۰- اگر $\frac{۱-\sin x}{۱+\sin x} = ۱$ باشد ، مقدار $\tan(\frac{x}{۲})$ را حساب کنید.

۴۳۱- معادله مثلثاتی $۲\sin^۲ x + \sin x - ۳ = ۰$ را حل کرده و جوابهای بین ۰ و $۲\pi$ را تعیین کنید .

** معادلات زیررا حل کنید:

۴۳۲) $\frac{\sin ۷x - \sin x}{\sin ۳x} = ۲$ ۴۳۳) $\cos ۹x - \cos ۷x + \cos ۳x - \cos x = ۰$ ۴۳۴) $۳\sin^۲\left(\frac{x}{۲}\right) + \cos x = ۲$

۴۳۵) $\cos ۲x - ۵\cos x + ۳ = ۰$ ۴۳۶) $\sin ۳x + \sin x = ۴\sin x\cos x$ ۴۳۷) $\tan = ۳\cot x$

۴۳۸ - «خرداد ۹۰» در مثلثی که طول اضلاع آن ۱ و ۳ و $\sqrt{۷}$ باشد ، زاویه‌ی روبه‌روی ضلع به طول $\sqrt{۷}$ چقدر است؟

۴۳۹ - «شهریور ۹۰» معادله‌ی $tanx\ tan۲x = ۱$ را حل کنید.

۴۴۰ - «دی ۹۰» معادله‌ی $sinx + cosx = ۱$ را حل کنید.

۴۴۱ - «خرداد ۹۱» کلیه جواب‌های معادله‌ی $۲cos^۲x - cosx = ۰$ را تعیین کنید.

۴۴۲ - «خرداد ۹۱ خارج» معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و جواب‌های بین $[۰,۲\pi]$ را مشخص کنید. $sin^۲x + cos۲x = ۰$

۴۴۳ - «شهریور ۹۱» معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید:

$$۲sinx - \sqrt{۲} = ۰$$

۴۴۴- «دی ۹۱» کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $cos^۲x - ۳cosx + ۲ = ۰$ را تعیین کنید.

۴۴۵ - «خرداد ۹۲» کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $sin۲x - \sqrt{۳}cosx = ۰$ را تعیین کنید.

۴۴۶- «شهریور ۹۲» معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $sinx - cosx = ۱$

۴۴۷ - «دی ۹۲» معادله‌ی مثلثاتی $sin۵x = sin۲x$ را حل کنید.

۴۴۸- «خرداد ۹۳» معادله‌ی $۲sin^۲x + ۹cosx + ۳ = ۰$ را حل کنید.

۴۴۹- «شهریور ۹۳» معادله‌ی $sin۲x - \sqrt{۳}cosx = ۰$ را حل کنید.

۴۵۰- «دی ۹۳» معادله‌ی مثلثاتی $۲sin^۲x - sinx = ۰$ را حل کرده و جواب‌هایی که در بازه $[۰,۲\pi]$ هستند را تعیین کنید.

۴۵۱ - «خرداد ۹۴» معادله‌ی $cos۲x - cosx + ۱ = ۰$ را حل کنید.

۴۵۲ ـ «شهریور ۹۴» معادله‌ی $sin^۲x = cos^۲x + ۱$ را حل کنید.

۴۵۳ ـ «دی ۹۴» معادله $۲cos^۲x - ۳cosx + ۱ = ۰$ را حل کنید.

۴۵۴ ـ «خرداد ۹۵» معادله $۲sin^۲x - sinx = ۰$ را حل کنید.

۴۵۵ - «کنکور ۹۰» جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{cos۵x\ cos۳x - sin\ ۳x\ sinx}{cos۲x} = ۱$ ، به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۳}$ ۲) $\frac{k\pi}{۲}$ ۳) $\frac{۲k\pi}{۵}$ ۴) $\frac{۲k\pi}{۳}$

۴۵۶ – «کنکور ۹۰ خارج» معادله‌ی مثلثاتی $sin۳x - sinx + ۲sin^۲x = ۱$ ، در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۵۷ – «کنکور ۹۲» جواب کلی معادله مثلثاتی $۲\sqrt{۲}sinxcosx = sinx + cosx$ ، کدام است؟

۱) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۲k\pi}{۳} - \frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۴}$ ۴) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۴}$

۴۵۸– «کنکور ۹۱ خارج» نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله‌ی $\frac{sinx\,cosx}{۱-cosx} = ۱ + cosx$ بر روی دایره مثلثاتی راس‌های کدام چندضلعی است؟

۱)مربع ۲)مستطیل ۳)مثلث قائم‌الزاویه ۴) مثلث متساوی‌الساقین

۴۵۹– «کنکور ۹۲ خارج» جواب کلی معادله مثلثاتی $۲cos۲x = cotx(۴sinx + tanx)$ ، کدام است؟

۱) $k\pi - \frac{\pi}{۳}$ ۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ ۳) $۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$ ۴) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$

۴۶۰– «کنکور ۹۳» جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{sin۳x}{sinx} = ۲cos^۲x$ ، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲}$ ۲) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$ ۳) $k\pi - \frac{\pi}{۴}$ ۴) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$

۴۶۱ – «کنکور ۹۳ خارج» جواب کلی معادله مثلثاتی $sin۴xcos۲x = cos^۲\left(x - \frac{\pi}{۴}\right)$ ، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۴} - \frac{\pi}{۱۲}$ ۲) $\frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۲}$ ۳) $\frac{k\pi}{۳} - \frac{\pi}{۱۲}$ ۴) $\frac{k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۱۲}$

۴۶۲– «کنکور ۹۴» جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{sinx+sin۲x}{cosx+cos۲x} = cotx$ ، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۴} - \frac{\pi}{۱۶}$ ۲) $\frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}$ ۳) $\frac{k\pi}{۴} - \frac{\pi}{۸}$ ۴) $\frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۸}$

۴۶۳ – «کنکور خارج۹۴» جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{۱-tanx}{۱+tanx} = tan۳x$ ، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۵}$ ۲) $\frac{۲k\pi}{۵}$ ۳) $\frac{۳k\pi}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۵}(۲k+۱)\pi$

۴۶۴ ـ «کنکور ۹۵» مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $sin۴x = sin^۴x - cos^۴x$ ، در بازه $[۰,\pi]$ ، برابر کدام است؟

۱) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۹\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۱۱\pi}{۳}$

۴۶۵ ـ «کنکور خارج ۹۵» مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $sin\left(x + \frac{\pi}{۸}\right) + cos\left(x - \frac{۳\pi}{۸}\right) = ۱$ ، در بازه $[۰,۲\pi]$ ، برابر کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۷\pi}{۴}$

## ۳- وارون توابع مثلثاتی

** وارون تابع‌های زیر را در بازه داده شده بدست آورید :

۴۶۶) $f(x) = \frac{\sin x}{۲\sin x - ۱}$ در بازه $[-\frac{\pi}{۲}, \frac{\pi}{۲}]$

۴۶۷) $f(x) = \sqrt{\cos ۵x}$ در بازه $(۰, \frac{\pi}{۲})$

** ساده شده عبارتهای زیر را بیابید :

۴۶۸) $\sin(۲\cos^{-۱}(\frac{۳}{۵}))$

۴۶۹) $\tan(\frac{۳\pi}{۴} - \tan^{-۱}(\frac{۳}{۲}))$

۴۷۰) $۲\cos[۲\tan^{-۱}(-\sqrt{۳})] + \sqrt{۳}\tan[\frac{۱}{۲}\cos^{-۱}(\frac{-۱}{۲})]$

۴۷۱) $\sin(\frac{۳}{۴}\cot^{-۱}(\frac{\sqrt{۳}}{۳})) + \cos(۲\tan^{-۱}(\sqrt{۳}))$

۴۷۲ – دامنه‌ی تابع $y = \sin^{-۱}(۲x-۱) + \cos^{-۱}(۳-۳x)$ را حساب کنید.

۴۷۳– «خرداد ۹۰» مقدار $cos^{-۱}\left(sin\left(\frac{\pi}{۸}\right)\right)$ را حساب کنید.

۴۷۴– «شهریور ۹۰» مقدار $cos\left(tan^{-۱}\left(-\sqrt{۳}\right)\right)$ را حساب کنید.

۴۷۵– «دی ۹۰» مقدار $tan^{-۱}\left(sin\frac{\pi}{۲}\right)$ را حساب کنید.

۴۷۶– «خرداد ۹۱» مقدار $cos\left(tan^{-۱}\frac{۳}{۴}\right)$ را حساب کنید.

۴۷۷– «شهریور ۹۱» مقدار $sin^{-۱}\left(sin\frac{۴\pi}{۳}\right)$ را حساب کنید.

۴۷۸– «دی ۹۱» مقدار $sin^{-۱}\left(cos\frac{\pi}{۳}\right)$ را حساب کنید.

۴۷۹– «خرداد ۹۲» مقدار $sin\left(cos^{-۱}\left(\frac{۳}{۵}\right)\right)$ را حساب کنید .

۴۸۰– «شهریور ۹۲» مقدار $sin^{-۱}\left(tan\frac{\pi}{۴}\right)$ را بیابید.

۴۸۱– «دی ۹۲» مقدار $sin^{-۱}\left(sin\frac{۴\pi}{۳}\right)$ را حساب کنید.

۴۸۲– «خرداد ۹۳» مقدار $sin^{-۱}\left(sin\left(\frac{۵\pi}{۴}\right)\right)$ را حساب کنید.

۴۸۳- « شهریور ۹۳ » حاصـــــل $cos^{-1}\left(sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$ را بنویسید.

۴۸۴- « دی ۹۳ » مقـــــــــدار $cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ را حساب کنید.

۴۸۵- « خرداد ۹۴ » مقـــــدار $tan^{-1}\left(tan\frac{4\pi}{3}\right)$ را حساب کنید.

۴۸۶ ـ « شهریور ۹۴ » حاصل $sin^{-1}\left(cos\frac{2\pi}{9}\right)$ را بدست آورید.

۴۸۷ ـ « دی ۹۴ » حاصـــل $cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ را به دست آورید.

۴۸۸ ـ « خرداد ۹۵ » مقـدار $cos\left(sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)$ را حساب کنید.

۴۸۹- « کنکور ۹۳ » حاصل $cos\left(3sin^{-1}\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{23}{27}$ ۲) $-\frac{19}{27}$ ۳) $-\frac{5}{9}$ ۴) $-\frac{4}{9}$

۴۹۰ - « کنکور ۹۳ خارج » حاصل $tan\left(2cos^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)\right)$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{4}{3}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۴۹۱ - « کنکور ۹۴ » حاصل عبارت $169sin\left(2cos^{-1}\left(-\frac{5}{13}\right)\right)$ ، کدام است؟

۱) $-120$ ۲) $60$ ۳) $-60$ ۴) $120$

۴۹۲ - « کنکور ۹۴ خارج » حاصل عبارت $sin\left(cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)+cos^{-1}\left(-\frac{4}{5}\right)\right)$ برابر کدام است؟

۱) $-1$ ۲) $-\frac{7}{25}$ ۳) $1$ ۴) $\frac{7}{25}$

۴۹۳ - « کنکور ۹۵ » نمودار تابع $y=cos(tan^{-1}x)$ ، و خط به معادله $y=mx$ ، به ازای کدام مجموعه مقادیر $m$ ، در یک نقطه، مشترک هستند؟

۱) $(-\infty,+\infty)-\{0\}$ ۲) $(-\infty,+\infty)$ ۳) $(-\infty,0)$ ۴) $(0,+\infty)$

۴۹۴ - « کنکور ۹۵ خارج » نمودار تابع $y=sin(tan^{-1}x)$ ، و خط به معادله $y=mx$ ، به ازای کدام مجموعه مقادیر $m$ ، در سه نقطه، مشترک هستند؟

۱) $-1\leq m\leq 1$ ۲) $-1<m<1$ ۳) $0\leq m\leq 1$ ۴) $0<m<1$

«برای بزرگ بودن،

به بدنی بزرگ نیاز نیست؛

فقط کافیست

با گوش هایتان

تجربه افراد بزرگ را به ظرافت بشنوید...»

دانلود از سایت ریاضی سرا

فصل چهارم: # حد و پیوستگی توابع

## ۱ - حد ، حدچپ و حد راست تابع

** مجموعه‌های زیر را به صورت یک همسایگی متقارن نوشته ، مرکز و شعاع همسایگی را مشخص کنید:

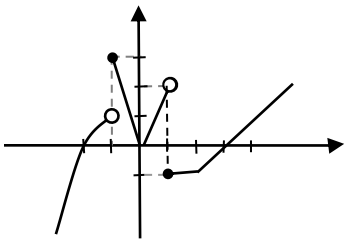
۴۹۵) $(-۲,۶)$ ۴۹۶) $(۱,۲)$ ۴۹۷) $(۰/۳,۱/۱)$ ۴۹۸) $|x-۲|<\frac{۱}{۲}x$

۴۹۹ - مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left|\frac{۲m+۱}{۱-m}\right|<۱$ یک همسایگی متقارن به مرکز $x_۰$ و شعاع $r$ است . مقدار $x_۰+r$ را به دست آورید.

۵۰۰ - در یک همسایگی محذوف متقارن به صورت $(۳a-۷, a+۵)-\{۳\}$ ، شعاع همسایگی کدام است؟

۵۰۱ - با رسم جدول، وجود حد تابع $f(x)=\begin{cases}x+۱ & x>۱\\ ۲x & x\le ۱\end{cases}$ را در نقطه $x=۱$ بررسی کنید.

۵۰۲ - نمودار تابع $f$ ، به شکل رو به رو است . با توجه به نمودار، حاصل حدهای زیر را به دست آورید :



الف) $\lim\limits_{x\to(-۱)^+} f(x)$ ب) $\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)$

ج) $\lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)$ د) $\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)$

هـ) $f(۱)$

** با رسم نمودار ، حد توابع زیر را در نقطه داده شده به دست آورید:

۵۰۳) $f(x)=\sqrt{۳-x}$ در نقطه $x=۳$ ۵۰۴) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}+۱ & x>۰\\ -x^۲+۲ & x<۰\end{cases}$ در نقطه $x=۰$

۵۰۵) $f(x)=\frac{|x-۲|}{x-۲}$ در نقطه $x=۲$ ۵۰۶) $f(x)=[x]-۱$ در نقطه $x=-۱$

** در هر قسمت ، نمودار تابعی با کلیه شرایط گفته شده رسم کنید:

۵۰۷) تابعی که در یک همسایگی ۱- تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد، ولی حد آن غیر از مقدار تابع دراین باشد.

۵۰۸) تابعی که در یک همسایگی۴ تعریف شده باشد ولی در این نقطه حد نداشته باشد.

۵۰۹) تابعی که در ۲ تعریف نشده باشد ولی در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.

۵۱۰) تابعی که در یک همسایگی راست ۲- تعریف شده باشد ولی در هیچ همسایگی چپ ۲- تعریف نشده باشد و در این نقطه حد راست داشته باشد.

۵۱۱) تابعی که در یک همسایگی محذوف ۱ تعریف شده باشد ولی در ۱ حد چپ و راست متفاوت داشته باشد.

۵۱۲) تابعی که در یک همسایگی محذوف صفر تعریف شده باشد و در صفر فقط حد راست داشته باشد.

۵۱۳) تابعی که در یک همسایگی محذوف ۱ و ۲ تعریف شده باشد ولی در هیچ کدام از این دو نقطه حد نداشته باشد.

۵۱۴) تابعی که در یک همسایگی راست و چپ ۰/۵ تعریف شده باشد ولی در این نقطه نه حد چپ داشته باشد و نه حد راست .

۵۱۵ - قدرمطلق تفاضل حد چپ و راست تابع $f(x)=\frac{x^۲-۴x+۳}{|x-۱|}$ در $x=۱$ را به دست آورید.

۵۱۶ - وجود حد توابع $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=\sqrt{۱-x^۲}$ را در نقاط $x=۱$ و $x=-۱$ بررسی کنید.

** آیا توابع زیر در $x=۱$ دارای حد می‌باشند؟

۵۱۷) $f(x)=\frac{x-۱}{[x-۱]}$ ۵۱۸) $g(x)=\frac{[x-۱]}{x-۱}$

** آیا حدهای زیر وجود دارد؟ چرا؟

۵۱۹) $\lim\limits_{x\to ۱^-}(\sqrt{x^۲-x})$ ۵۲۰) $\lim\limits_{x\to ۰/۱}(\frac{۱}{[x]})$

۵۲۱ - مقدار حد چپ و مقدار حد راست تابع با ضابطه $f(x)=\frac{[-x]+۳}{[x]+۲}$ را در $x=-۳$ ، به دست آورید.

۵۲۲ - مجموع حد راست و چپ تابع $f(x)=x^۲[x^۲-۳]$ ، اگر $x\to\sqrt{۳}$ چه‌قدر است؟

۵۲۳ - در تابع $f(x)=[x]-[-x]+۲$ حاصل عبارت $A=\lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)+\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)-f(۲)$ را به دست آورید.

** در هر یک از توابع زیر، مقدار خواسته شده را به دست آورید:

۵۲۴) $f(x)=\left[\frac{۱}{x}\right] \Rightarrow \lim\limits_{x\to\frac{۱}{٤}^+} f(x)-\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=٤$

۵۲۵) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{۱-x} & x>۰\\ -\sqrt{۱+x} & x\le ۰\end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to ۰^-} f(x^۳-x)$

۵۲۶) $f(x)=[tanx+۱] \Rightarrow \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{٤}^-} f(x)+۲\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{٤}^+} f(x)+f(\frac{\pi}{٤})$

۵۲۷) $f(x)=\frac{x-۱}{|x|-۱} \Rightarrow \lim\limits_{x\to ۱} f(x)-۳\lim\limits_{x\to ۰^-} f(x)$

۵۲۸ - نشان دهید تابع $f(x)=[x^۲]+x[x]$ در $x=۱$ دارای حد می‌باشد.

۵۲۹ - حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^-}[x-sinx]$ را به دست آورید.

۵۳۰ - تابع $f(x)=[-x^۲]$ در بازه‌ی $(-۲,۳)$ در چند نقطه حد ندارد؟

۵۳۱ - تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{x} & x>۱\\ cos\frac{\pi x}{۲} & x\le ۱\end{cases}$ مفروض است. مقدار $\lim\limits_{x\to ۱^+} fof(x)$ را بیابید.

۵۳۲ - اگر $f(x)=\begin{cases}x^۲+۳x & x\ge ۱\\ ax+۲ & x<۱\end{cases}$، مقدار $a$ را طوری محاسبه کنید که رابطه روبه‌رو برقرار باشد: $\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)-۲\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=٤$

۵۳۳ - «خرداد ۹۰» نمودار تابعی را رسم کنید که تابع در یک همسایگی ۳ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد، ولی حد آن غیر از مقدار تابع در ۳ باشد.

۵۳۴ - «شهریور ۹۰» نمودار تابعی را رسم کنید که تابع در ۲ تعریف نشده باشد ولی در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.

۵۳۵ - «دی ۹۰» با رسم نمودار تابع $y=\sqrt{۱-x}+۱$، مقدار حد را در اطراف نقطه‌ی $a=۱$ بررسی کنید.

۵۳۶ - «خرداد ۹۱» نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی راست۲ تعریف شده باشد ولی درهیچ همسایگی چپ۲تعریف نشده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.

۵۳۷ - «شهریور ۹۱» با رسم نمودار تابع زیر در اطراف نقطه‌ی داده شده ، وجود حد و حد راست و حد چپ را در نقطه$x=۱$ بررسی کنید.

$$f(x)=\begin{cases}x-۲ & x<۱\\ ۲x & x>۱\end{cases}$$

۵۳۸ - «دی ۹۱» حد تابع $y=\sqrt{۲-x}$ را در $x=۲$ در صورت وجود بیابید.

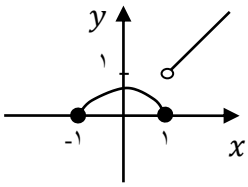
۵۳۹ - «خرداد ۹۲» حد تابع $y=\frac{۱}{[x]-۳}$ را در $x=۳$ در صورت وجود بیابید.

۵۴۰ - «دی ۹۲» با رسم نمودار $y=\sqrt{x-۲}+۱$ مقدار حد را در اطراف نقطه $a=۲$ بررسی کنید.

۵۴۱ - «شهریور ۹۲» نمودار تابعی را رسم کنید که دریک همسایگی ۲- تعریف شده باشد ودر این نقطه ، حد داشته باشد و حد تابع برابر مقدار تابع در ۲- باشد.

۵۴۲ - «خرداد ۹۳» آیا تابع $f(x)=x-[x]$ در $x=۱$ حد دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.

۵۴۳ - «شهریور ۹۳» با توجه به نمودار تابع $y=f(x)$، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.




الف) $\lim\limits_{x\to -۱} f(x)$ ب) $\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)$

ج) $\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)$ د) $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)$

۵۴۴ - «دی ۹۳» با تکمیل جدول زیر، مقدار حد تابع $f(x)=\begin{cases}x+۱ & x<۱\\ ۲x & x>۱\end{cases}$ را در نقطه‌ی $x=۱$ به دست آورید.

| $x$ | ۰/۹۹ | ۰/۹۹۹ | $\rightarrow$ ۱ $\leftarrow$ | ۱/۰۰۱ | ۱/۰۱ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | $\rightarrow$ ? $\leftarrow$ | | |

۵۴۵ - «خرداد ۹۴» نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه‌ی ۲- تعریف شده باشد، در این نقطه حد داشته باشد ولی حد آن غیر از مقدار تابع در عدد ۲- باشد.

۵۴۶ ـ «شهریور ۹۴» حد راست و چپ تابع $f(x)=x-[x]$ را در $x=۲$ محاسبه کنید.

۵۴۷ ـ «دی ۹۴» حد تابع $y=xsin\frac{۱}{x}$ را در نقطه $x=۰$ بدست آورید.

۵۴۸ ـ «خرداد ۹۵» آیا تابع $f(x)=\frac{x}{|x|}$ در $a=۰$ حد دارد ؟ چرا؟

۵۴۹ ـ «کنکور ۹۵» حد عبارت $\left[sin\left(x-\frac{\pi}{۳}\right)\right]cos۳x+[tan^۲x]$، وقتی $x\to\frac{\pi}{۳}$ کدام است؟ ( نماد [ ] به مفهوم جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) حد ندارد.

۵۵۰ ـ «کنکور ۹۵ خارج» حد عبارت $sin\frac{x}{۲}\left[cos\frac{x}{۲}\right]-cosx[sin۲x]$، وقتی $x\to\pi$، کدام است؟ ( نماد [ ] به مفهوم جزء صحیح است.)

۱) ۱- ۲) صفر ۳) ۱ ۴) حد ندارد.

## ۲ - محاسبه حد

** حاصل حدهای زیر را به دست آورید :

۵۵۱) $\lim\limits_{x\to -۲}\frac{x^۳-x^۲-x+۱۰}{x^۲+۳x+۲}$ ۵۵۲) $\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{[x^۲]-۴}{x-۲}$ ۵۵۳) $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{x-۵}{[x]+[-x]}$ ۵۵۴) $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{\sqrt{۳x+۷}-۴}{۹-x^۲}$

۵۵۵) $\lim\limits_{x\to ۰} sinx.sin\frac{۱}{x}$ ۵۵۶) $\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{[x^۲]-۴}{x-۲}$ ۵۵۷) $\lim\limits_{x\to ۳}\left(۲x-\frac{\pi}{۳}\right)sin\frac{۱}{x-\frac{\pi}{۶}}$ ۵۵۸) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\sqrt{۱+x^۲}-۱}{۱-cosx}$

۵۵۹) $\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{\sqrt{۱-cos۲x}}{sin۲x}$ ۵۶۰) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt[۴]{x}}$ ۵۶۱) $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{x^۳-۴x+۳}{(x-۱)^۲}$ ۵۶۲) $\lim\limits_{x\to \pi}\frac{|sinx|}{x-\pi}$

۵۶۳) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{cosx-cos۳x}{۲x^۲-sin^۲۳x}$ ۵۶۴) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\sqrt{cos۲x}-\sqrt{cos۴x}}{۱-cosx}$ ۵۶۵) $\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{tan۳x\sqrt{۱-cos۴x}}{x^۳+x^۲}$ ۵۶۶) $\lim\limits_{x\to ۳^-}\frac{\sqrt{x^۲-۶x+۹}}{x^۲-[۳x+۱]}$

۵۶۷) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{sinx.tan۲x.\cdots tannx}{nx^{n-۱}.sinx}$ ۵۶۸) $\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{[x]-|x-۱|}{x-۱}$ ۵۶۹) $\lim\limits_{x\to ۰} sin\frac{۱}{x}$ ۵۷۰) $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{xsin(x^۳-۱)}{۱-x}$

۵۷۱) $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{\sqrt[۳]{x+۶}-۲}{\sqrt{x+۱۴}-۴}$ ۵۷۲) $\lim\limits_{x\to \pi}[cosx]$ ۵۷۳ $\lim\limits_{x\to -۱}\frac{x^۵+۱}{x^۲+۳x+۲}$ ۵۷۴) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\sqrt{۱+x^۲}-۱}{۱-cosx}$

۵۷۵) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{۴xtanx}{\sqrt{۱+x^۲}-۱}$ ۵۷۶) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۴}}\frac{sinx-cosx}{۱-tanx}$ ۵۷۷) $\lim\limits_{x\to (-۱)^-}\frac{x-x^۳}{x-x^۲}$ ۵۷۸) $\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{x^۲[x]-۸}{x[x]-۴}$

۵۷۹) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}}[sinx]$ ۵۸۰) $\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{sin۳x}{\sqrt{۱-cos^۳x}}$ ۵۸۱) $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-۱}$ ۵۸۲) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\sqrt{۱+x^۲}-۱}{۱-cosx}$

۵۸۳ - اگر $f(x)=\frac{|sinx|}{x-x^۲}$ و $g(x)=\frac{x}{[x]+۲}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^+}fog(x)$ را به دست آورید.

۵۸۴ - اگر $g(x)=[x]$ و $f(x)=\frac{x^۲+x-۲}{x^۳-۱}$ باشد، $\lim\limits_{x\to ۱}fog(x)$ را به دست آورید.

۵۸۵ - اگر به ازای هر $x$ ، داشته باشیم : $-x^۲+۳\le f(x)+۲\le ۳\cos^۲ x$ ، آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{۳x+۲}{f(x)}$ را به دست آورید.

۵۸۶ - اگر برای هر مقدار $x$ ، داشته باشیم : $|f(x)+۲|\le (x-۴)^۲$ ، حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}f(x+۳)+۲$ را به دست آورید.

۵۸۷ - اگر رابطه‌ی $sin۲x\le xf(x)\le x^۳+۲x$ برای $x$های مثبت برقرار باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{۱-۳f(x)}{۲f(x)+۱}$ را به دست آورید.

۵۸۸ - با استفاده از قضیه افشردگی ثابت کنید :

$$\lim_{x\to ۰}\sin x[۲\cot x]=۲$$

۵۸۹ - اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{x^۲+ax+b}{x-۱}=۴$ باشد، مقدار $a$ و $b$ چقدر است؟

۵۹۰ - اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{a\cos \pi x+b}{(x-۱)^۲}=\pi^۲$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۵۹۱ - حاصل $\lim\limits_{x\to ۱^-}\frac{\cos^{-۱}\sqrt{x}}{\sqrt{۱-x}}$ کدام است؟

** حد توابع زیر را محاسبه کنید:

۵۹۲ - « خرداد ۹۰ »
الف) $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{۱-cos۲x}{x^۲}$ ب) $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x^۳-۸}{۳x^۲-۱۲}$

۵۹۳ - « شهریور ۹۰ »
الف) $\lim\limits_{x\to -۱}\frac{x^۳-۲x-۱}{x^۲-۱}$ ب) $lim_{x\to ۲}\frac{x-۲}{\sqrt{۲x}-۲}$ ج) $lim_{x\to ۰^+}\frac{\sqrt{۱-cos۲x}}{sin\frac{x}{۲}}$

۵۹۴ - « دی ۹۰ »
الف) $lim_{x\to ۳^-}\frac{۱}{[x]-۳}$ ب) $lim_{x\to -۱}\frac{x^۳+x+۲}{x^۲-۱}$ ج) $lim_{x\to ۰}\frac{۳x^۲}{۱-cosx}$

۵۹۵ - « خرداد ۹۱ »
الف) $lim_{x\to ۴}\frac{\sqrt{x}-۲}{x^۲-۱۶}$ ب) $lim_{x\to ۳^+}(x-[x])$ ج) $lim_{x\to \frac{\pi}{۴}}\frac{cos۲x}{cosx-sinx}$

۵۹۶ - « خرداد ۹۱ خارج »
الف) $lim_{x\to ۴}\frac{x-۲}{x^۲+۳x+۲}$ ب) $lim_{x\to ۱}\frac{x-۱}{\sqrt{x}-۱}$ ج) $lim_{x\to ۰}\frac{xsin۳x}{sin^۲x}$

۵۹۷ - « شهریور ۹۱ »
الف) $lim_{x\to ۳}\frac{x^۲-۹}{x^۲-۳x}$ ب) $lim_{x\to ۰}\frac{۴x^۲}{۱-cos۲x}$

۵۹۸ - « دی ۹۱ »
الف) $lim_{x\to ۰}x^۲sin\sqrt{x+۱}$ ب) $lim_{x\to ۱}\frac{x^۲-۴x+۳}{x^۲-۱}$ ج) $lim_{x\to ۲}\frac{\sqrt{۲x}-۲}{x^۲-۴}$

۵۹۹ - «خرداد ۹۲» الف) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{3x^2}$

۶۰۰ - «شهریور ۹۲» الف) $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{cos2x}{cosx-sinx}$ ب) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-9}{x^2-x-6}$

۶۰۱ - «دی ۹۲» الف) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-9}$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{3-3cos2x}{x^2}$

۶۰۲ - «خرداد ۹۳» الف) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{2x-2}$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{x^2+sin^2 3x}{2x^2}$

۶۰۳ - «شهریور ۹۳» الف) $\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+3x-5}{x^2-1}$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{1-cos2x}{x^2}$ ج) $\lim_{x\to 2}(x-2)\times tan\left(\frac{\pi}{8}x\right)$

۶۰۴ - «دی ۹۳» الف) $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x+2}-1}{2x^2+2x}$ ب) $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{cos2x}{sinx-cosx}$

۶۰۵ - «خرداد ۹۴» الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x^5-1}{x-1}$ ب) $\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{1-cosx}}{\frac{x}{2}}$

۶۰۶ - «شهریور ۹۴» الف) $\lim_{x\to -1}\frac{1-x^2}{x^2+6x+5}$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{2-2cos2x}{x^2}$

۶۰۷ - «دی ۹۴» الف) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-\sqrt{x}}$ ب) $\lim_{x\to 0^+}\frac{2x}{\sqrt{2-2cos x}}$

۶۰۸ - «خرداد ۹۵» الف) $\lim_{x\to -1}\frac{x^3+3x+4}{2x^2-2}$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{sin^2 2x}{1-cos x}$

۶۰۹ - «کنکور ۹۱ خارج» در بازه $(0,2)$ همواره $\frac{sin\pi x}{1-x}\le f(x)\le 4tan^{-1}(x^2-2x+2)$ حاصل $\lim_{x\to 1} f(x)$ برابر کدام است؟

۱) ۰ ۲) $\pi$ ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) نامشخص

۶۱۰ - «کنکور ۹۲» اگر $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{\sqrt{cosx}-\sqrt{sinx}}{cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$ باشد، آنگاه $a$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۶۱۱ - «کنکور ۹۳» حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{cos^2 x-\sqrt{cosx}}{x^2}$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۶۱۲ - «کنکور ۹۳ خارج» حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{cosx}-\sqrt{cos^5 x}}{x^2}$ ، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

## ۳ - پیوستگی توابع

** پیوستگی توابع زیر را در نقاط داده شده بررسی کنید:

۶۱۳) $f(x)=[x]^2-[x]$ در نقطه $x=1$

۶۱۴) $f(x)=\frac{|x|}{x}$ در نقطه $x=0$

۶۱۵) $f(x)=\begin{cases}2 & x\in\mathbb{Z}\\ 1 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$ در نقطه $x=2$

۶۱۶) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & x\neq 1\\ 2 & x=1\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=1$

۶۱۷ - بازه‌ی پیوستگی تابع $f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{x-2}}$ را مشخص کنید.

۶۱۸ - مقدار a را طوری بیابید که تابع $f(x)=a[1-x]+[x]$، در نقطه‌ی $x=1$ پیوستگی راست داشته باشد.

۶۱۹ - مقدار $a$ را چنان بیابید که تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+3x-2}{x-1} & x\neq 1\\ a & x=1\end{cases}$ در $x=1$ پیوسته باشد.

۶۲۰ - مقادیر a و $b$ را طوری بیابید که تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته باشد :

$$f(x)=\begin{cases}[2x]+a & x<1\\ [\sqrt{2}x] & x=1\\ \frac{b(x^2-1)}{|1-x|} & x>1\end{cases}$$

۶۲۱ - مقادیر a و $b$ را چنان بیابید که تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}2[x]+a & x<0\\ \sqrt{2}+b & x=0\\ \frac{sinx}{\sqrt{1-cosx}} & x>0\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=0$ پیوسته باشد.

۶۲۲ - مقادیر a و $b$ را طوری بیابید که تابع $f$ در نقطه‌ی $x = ۲$ پیوسته باشد:

$$f(x) = \begin{cases} a[x] + bx + ۴ & x < ۲ \\ ۱ & x = ۲ \\ \frac{۳a|x-۲|}{x-۲} + b & x > ۲ \end{cases}$$

۶۲۳ - اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^۲+۲x-۱}{x} & |x| > ۱ \\ ax + b & |x| \le ۱ \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد ، مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید.

۶۲۴ - مقدار $f(۰)$ را طوری بیابید تابع $f(x) = \frac{\sqrt[۳]{x+۲۷}-۳}{x^۲-۲x}$ در نقطه‌ی $x = ۰$ پیوسته باشد.

۶۲۵ - پیوستگی تابع $f(x)$ را در نقاط $x = \pm ۱$ بررسی کنید. با رسم نمودار $f(x)$ نیز نقط ناپیوستگی را مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{۱ - x^۲} & |x| \le ۱ \\ x - ۱ & |x| > ۱ \end{cases}$$

۶۲۶ - نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} ۱ - x^۲ & x \le -۱ \\ x^۲ - ۱ & -۱ < x \le ۲ \\ \frac{۱}{x-۳} & x > ۲ \end{cases}$ را مشخص کنید.

۶۲۷ - تعیین کنید تابع $f(x) = x - [x] + sin\left(\frac{\pi}{۲}[x]\right)$ با دامنه‌ی $[۱,۵]$ در چند نقطه ناپیوســـته است.

۶۲۸ - مشخص کنید تابع $f(x) = \begin{cases} ۳x^۳ - ۵x^۲ - ۸x & x \in \mathbb{Z} \\ ۰ & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ در چند نقطه به طول صحیح پیوسته است.

۶۲۹ - با رسم نمودار $y = x - [x]$ نقاط ناپیوستگی آن را مشخص کنید.

** در هر قسمت، نمودار تابعی با کلیه شرایط گفته شده رسم کنید:

۶۳۰) تابعی که در ۲ ناپیوسته است ولی در ۲ حد دارد.

۶۳۱) تابعی که در نقطه ۱ ناپیوسته باشد و در این نقطه حد نداشته باشد.

۶۳۲) تابعی که در نقاط ۳ و ۰ حد داشته باشد ولی فقط در نقطه ۳ پیوسته باشد.

۶۳۳ - دو تابع مثال بزنید که هر دو در $x = ۰$ ناپیوسته باشند ولی مجموع آن‌ها در $x = ۰$ پیوسته باشد.

۶۳۴ - «خرداد ۹۰» پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{x - ۴}$ را در نقطه‌ی $x = ۴$ بررسی کنید.

۶۳۵ - «شهریور ۹۰» آیا تابع $f(x) = \frac{x^۲-۴}{x-۲}$ در ۲ پیوسته است؟ چرا؟

۶۳۶ - «دی ۹۰» پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲(x-۲) & x \le ۲ \\ ۴ - ۲x & x > ۲ \end{cases}$ را در $x = ۲$ بررسی کنید.

۶۳۷ - «خرداد ۹۱» مقدار $a$ را طوری بیابید که تابع روبه‌رو در $x = ۱$ پیوسته شود:

$$f(x) = \begin{cases} a - |x-۱| & x \ge ۱ \\ \frac{x^۲-۱}{x-۱} & x < ۱ \end{cases}$$

۶۳۸ - «شهریور ۹۱» پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{x - ۱}$ را در نقطه‌ی $x = ۱$ بررسی کنید.

۶۳۹- «دی ۹۱» پیوستگی تابع روبه‌رو را در $x = ۲$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} ۳x^۲ + ۱ & x \ge ۲ \\ x - ۷ & x < ۱ \end{cases}$$

۶۴۰ - «خرداد ۹۲» پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} x^۳ & x \ge -۱ \\ \frac{۱}{x} & x < -۱ \end{cases}$ را در $x = -۱$ بررسی کنید .

۶۴۱ - «شهریور ۹۲» در تابع زیر ، مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع پیوسته باشد:

$$y = \begin{cases} x^۲ - ax + ۱ & x \le ۱ \\ x - ۲a & x > ۱ \end{cases}$$

۶۴۲ - «دی ۹۲» پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} ۴ - ۳x & x \le ۱ \\ ۲x^۲ + ۱ & x > ۱ \end{cases}$ را در $x = ۱$ بررسی کنید.

۶۴۳ - «خرداد ۹۳» ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ & x \le ۰ \\ x + ۱ & x > ۰ \end{cases}$ را رسم کنید. سپس با بررسی حدود چپ و راست، پیوستگی تابع را در $x = ۰$ بررسی کنید.

۶۴۴ - «شهریور ۹۳» در تابع زیر مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^۲-۲x}{x-۲} & x < ۲ \\ ax + ۱ & x \ge ۲ \end{cases}$$

۶۴۵ - «دی ۹۳» پیوستگی تابع زیر را در نقطه‌ی $a = ۱$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^۲-۱}{x-۱} & x \ne ۱ \\ ۱ & x = ۱ \end{cases}$$

۶۴۶ - «خرداد ۹۴» مقدار $a$ را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-۱}{x-۱} & ۰ \le x < ۱ \\ [x] + a & x \ge ۱ \end{cases}$ در $x = ۱$ پیوسته باشد.

۶۴۷ - «شهریور ۹۴» پیوستگی تابع زیر را در $a = ۱$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-۱}{x-۱} & x > ۱ \\ x - \frac{۱}{۲} & x < ۱ \\ ۱ & x = ۱ \end{cases}$$

۶۴۸ - «دی ۹۴» پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x=-1$ بررسی کنید.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{|x|} & x\le -1\\ 2x+1 & x>-1\end{cases}$$

۶۴۹ - «خرداد ۹۵» پیوستگی تابع $f(x)=\sqrt{1-x}$ را در نقطه $a=1$ بررسی کنید.

۶۵۰ - «کنکور ۹۰» اگر تابع $f(x)=\begin{cases}ax+b & ;\ |x|\ge 1\\ x[x] & ;\ |x|<1\end{cases}$ روی $\mathcal{R}$ پیوسته باشد، نمودار این تابع خط $x=3$ را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) ۲- ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

۶۵۱ - «کنکور ۹۱ خارج» تابع $f(x)=\frac{|x|}{x}[x]$ از نظر پیوستگی در $x=0$ چگونه است؟

۱) پیوسته است ۲)فقط از چپ پیوسته است ۳)فقط از راست پیوسته است ۴)از چپ ناپیوسته و از راست ناپیوسته

۶۵۲ - «کنکور ۹۴» به ازای کدام مقدار $a$ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{a(1+\sqrt[3]{1-x})}{x^2-2x} & ;\ x>2\\ x-a & ;\ x\le 2\end{cases}$ همواره پیوسته است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۲

۶۵۳ - «کنکور ۹۴ خارج» به ازای کدام مقدار $a$، تابع با ضابطه $f(x)=\begin{cases}\frac{1-\sqrt{x-\sqrt{x+1}}}{x-3} & ;\ x>3\\ ax-3a-\frac{3}{8} & ;\ x\le 3\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=3$، پیوسته است؟

۱) ۲- ۲) ۲ ۳)هیچ مقدار $a$ ۴)هر چه باشد $a$

۶۵۴ - «کنکور ۹۵» تعداد نقاط ناپیوسته تابع با ضابطه $f(x)=[x^2]$، در بازه $[-1,2]$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۶۵۵ - «کنکور ۹۵ خارج» به ازای کدام مقدار $a$، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & ;\ 0<x<a\\ 1-\frac{x}{4} & ;\ x\ge a\end{cases}$، همواره پیوسته است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴)هیچ مقدار $a$

«محبت

مثل آب بازی کودکانه است

مهم نیست کی اول شروع می‌کنه

مهم اینه که آخرش

هردو

خیس میشن...»

فصل پنجم: # مشتق توابع

## ۱- تعریف مشتق

۶۵۶- اگر $f'(۱)=۳$ باشد، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۱-۲h)-f(۱+۳h)}{h}$ را به دست آورید.

۶۵۷- در تابع $f(x)=\begin{cases}۲x^۲+۳ & x\geq ۱\\ ۵x & x<۱\end{cases}$، حاصل $\lim\limits_{\Delta x\to ۰^-}\frac{f(۱+\Delta x)-f(۱-\Delta x)}{\Delta x}$ را به دست آورید.

۶۵۸- اگر تابع $f(x)$ در $x=۱$ مشتق‌پذیر باشد، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۱-۲h)-f(۱+۳h)}{h}$ را به دست آورید.

۶۵۹- با استفاده از تعریف مشتق، مقدار مشتق $f(x)=\sqrt[۳]{x+۱}$ را در $x=۷$ بیابید.

۶۶۰- اختلاف مشتق چپ و راست تابع $f(x)=\sqrt{۱-\sqrt{۱-x^۲}}$ در نقطه‌ی $x=۰$، چقدر است؟

۶۶۱- در تابع $f(x)=|x-۱||x+۲|$ مقدار $f'(۰)$ کدام است؟

۶۶۲- نمودار تابع $f(x)=\big||x|-۱\big|$ را رسم کنید و از روی آن نمودار، مشخص کنید که تابع در چه نقاطی مشتق‌ناپذیر است.

۶۶۳- نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & x\geq ۰\\ x^۲ & x<۰\end{cases}$ را رسم کرده و از روی نمودار، مشخص کنید که تابع در چه نقاطی مشتق‌پذیر است.

۶۶۴- ثابت کنید تابع $f(x)=sin\big(\pi(x-[x])\big)$ در نقاط صحیح دارای مشتق چپ و راست است، ولی مشتق‌پذیر نمی‌باشد.

۶۶۵- با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=(x^۲-۱)([x]+[-x])$ را در نقطه‌ی $x=۱$ به دست آورید.

۶۶۶- اگر $f(x)=|۲x|[۳x]$ باشد، $f'_-(۰)$ کدام است؟

۶۶۷- مشتق‌پذیری تابع $f(x)=x|x-۱|$ را در نقطه‌ی $x=۱$، بررسی کنید.

۶۶۸- با توجه به تابع $f(x)=x\sqrt{x^۲-۴x+۴}$ مقدار $A=f'_-(۲)+۲f'_+(۲)+f(۲)$ را به‌دست آورید.

۶۶۹- به ازای کدام مقدار $a$ تابع $f(x)=x|x-۱|+a|x-۱|$ در $x=۱$ مشتق‌پذیر است؟

۶۷۰- تابع $f(x)=(۲x+k)|x-۱|+۳\sqrt{x^۲-۲x+۱}$ در $x=۱$ مشتق‌پذیر است. $k$ را به دست آورید.

۶۷۱- در تابع $f(x)=x|x|$ ضابطه تابع مشتق را به دست آورید.

۶۷۲- اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x)=(۲x^۲+ax+b)|(x-۱)(x-۲)|$ در $R$ مشتق‌پذیر باشد، $a+b$ کدام است؟

۶۷۳- «قاعده هوپیتال» فرض کنید $f$ و $g$ در یک همسایگی $a$ مشتق‌پذیر باشند و $f(a)=g(a)=۰$ و $g'(a)\neq ۰$ ثابت کنید: $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f'(a)}{g'(a)}$

۶۷۴- «خرداد ۹۰» اگر $f$ تابعی باشد که در یک همسایگی نقطه $a$ تعریف شده باشد و ناصفر باشد و $f$ در $a$ مشتق‌پذیر باشد و $f'(a)\neq ۰$، با استفاده از تعریف نشان دهید که $\frac{۱}{f}$ نیز در $a$ مشتق‌پذیر است و $\left(\frac{۱}{f}\right)'(a)=-\frac{f'(a)}{f^۲(a)}$

۶۷۵- «شهریور ۹۰» با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\frac{۱}{x+۱}$ را در $x=۲$ حساب کنید.

۶۷۶- «دی ۹۰» اگر $f$ تابع مشتق‌پذیری در نقطه $a$ باشد و $c$ عدد دلخواهی باشد، با محاسبه نشان دهید تابع $cf$ نیز در نقطه $a$ مشتق‌پذیر است و $(cf)'=cf'$

۶۷۷- «خرداد ۹۱» آیا تابع $f(x)=\begin{cases}xsin\frac{۱}{x} & x\neq ۰\\ ۰ & x=۰\end{cases}$ در صفر مشتق‌پذیر است؟ (دلیل خود را توضیح دهید)

۶۷۸- «خرداد ۹۱ خارج» با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\frac{۱}{x}$ را در نقطه‌ی ۱- محاسبه کنید.

۶۷۹- «شهریور ۹۱» با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\frac{۲}{x}$ را در $x=۳$ حساب کنید.

۶۸۰- «دی ۹۱» مشتق تابع $y=x^۳$ را در $x=۱$ با استفاده از تعریف مشتق بیابید.

۶۸۱- «خرداد ۹۲» با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌های چپ و راست تابع زیر را در $x=۲$ در صورت وجود بیابید. $f(x)=|x-۲|$

۶۸۲- «شهریور ۹۲» با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=x^۲$ را در $x=۵$ محاسبه کنید.

۶۸۳- «دی ۹۲» با استفاده از تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases}۳x+۱ & x\leq ۱\\ x^۲+۳ & x>۱\end{cases}$ را در $x=۱$ بررسی کنید.

۶۸۴- «خرداد ۹۳» با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x)=x^۳$ را در نقطه دلخواه $a$ حساب کنید. سپس معادله خط قائم بر نمودار تابع را در نقطه $A(۱,۱)$ به‌دست آورید.

۶۸۵- «شهریور ۹۳» با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x}+۱$ را در نقطه‌ی $x=۱$ محاسبه کنید.

۶۸۶- «دی ۹۳» با استفاده از تعریف مشتق، وجود مشتق‌های راست و چپ و مشتق‌پذیر بودن تابع $f(x)=|x-۳|$ را در نقطه‌ی $x=۳$ بررسی کنید.

۶۸۷ - «خرداد ۹۴» با استفاده از تعریف ، مشتق تابع $f(x)=x^{۲}+۱$ را در نقطه‌ی $x=a$ محاسبه کنید.

۶۸۸ - «شهریور ۹۴» با استفاده از تعریف ، مشتق‌پذیری تابع $f(x)=x|x-۲|$ را در نقطه‌ی $x=۲$ مورد بررسی قرار دهید.

۶۸۹ - «دی ۹۴» اگر $f(x)$ تابعی مشتق‌پذیر در نقطه‌ای مانند $a$ باشد نشان دهید $g(x)=f(x)+b$ نیز در نقطه $a$ مشتق‌پذیر بوده و مشتق آن برابر است با :
$g'(a)=f'(a)$

۶۹۰ - «خرداد ۹۵» با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x)=\sqrt{x}$ را در نقطه $a>۰$ به دست آورید.

## ۲- محاسبه مشتق

** مشتق بگیرید : ( ساده کردن الزامی نیست.)

۶۹۱ - $y=(۲x-\sqrt{x})(x^{۳}+۵x)$

۶۹۲ - $f(x)=\frac{۴x^{۳}-۲x-۵}{x+\sqrt{x}}$

۶۹۳ - $f(x)=xsinx+x^{۲}cosx$

۶۹۴ - $f(x)=\frac{x-tanx}{cotx-sinx}$

۶۹۵ - $f(x)=\frac{tan۳x}{۱-۴cos۶x}$

۶۹۶ - $f(x)=cos^{۲۳}\sqrt{\frac{x-۲}{۲x+۳}}$

۶۹۷ - $f(x)=\sqrt[۳]{\left(\frac{sinx+۱}{۲-cosx}\right)^{۲}}$

۶۹۸ - $f(x)=\frac{(۲\sqrt{۵}-۳)^{۲}}{۲sin^{۲}۳۰+۱}$

۶۹۹ - $f(x)=sin(cos\sqrt{x})$

۷۰۰ - $f(x)=\frac{x^{۲}+۳x+۲}{-۳x^{۳}+۱}$

۷۰۱ - $f(x)=۳tan^{-۱}+\frac{x^{۲}+۱}{۱-\sqrt{x}}$

۷۰۲ - $f(x)=tanx(۱+cos^{۲}x)$

۷۰۳ - $y=\sqrt{\frac{sinx-x}{۱-tanx}}+۲x^{۴}$

۷۰۴ - $y=\sqrt[۵]{x^{۲}+cos^{۲}۳x}$

۷۰۵ - $f(x)=sin^{۲}۴x+tan^{۳}\sqrt{x}$

۷۰۶ - $y=(x-\sqrt{x})^{۳}(sinx+۲x^{۴})$

۷۰۷ - $y=sin\left(\frac{x}{۳x-۱}\right).cos\left(\frac{۱-x}{x}\right)$

۷۰۸ - $f(x)=\frac{x^{۲}-۱}{x\sqrt{x}+۲}+xsinx$

۷۰۹ - $y=sin\left(cos\left(\frac{\sqrt{x}-۱}{sin^{-۱}x}\right)\right)$

۷۱۰ - $f(x)=(۴x+\sqrt{x})^{۲}+۲xsinx$

۷۱۱ - $f(x)=\left(\frac{\sqrt{x^{۲}-۱}}{۳-x}\right)^{۴}$

۷۱۲ - $y=\left(\sqrt{۱+\sqrt{۱+\sqrt{۱-۲x}}}\right)^{۵}$

۷۱۳ - $y=۴sin^{۵}(xcos^{۲}\sqrt{x}+۱)$

۷۱۴ - $f(x)=sin^{-۱}(۱+cos۲x)$

۷۱۵ - $f(x)=\sqrt{۱+\sqrt{cos^{-۱}(x^{۴})}}$

۷۱۶ - $f(x)=\frac{۱}{\sqrt{cos^{-۱}(۲x-۴)+۳x^{۴}}}$

۷۱۷ - $y=tan^{-۱}(۳x+۱)+cos^{-۱}(۱-x)$

۷۱۸ - $y=sinx.tan^{-۱}\sqrt{x}$

۷۱۹ - $y=\frac{sin^{-۱}x+۱}{۱-cot^{-۱}x}$

۷۲۰ - $y=tan^{-۱}\left(x^{۲}+\frac{۱}{x}\right)+\sqrt{x}$

۷۲۱ - اگر $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x}$ باشد ، حاصل $\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)g(۲+h)-f(۲)g(۲)}{h}$ را به دست آورید.

۷۲۲ - اگر $f(x)=\frac{۳}{۲}-\sqrt{x+۲}$ ، مشتق تابع $f\left(xf(x)\right)$ در نقطه‌ی $x=۲$ کدام است؟

۷۲۳ - مقدار مشتق تابع $f(x)=\sqrt{۲x+۱}$ را در نقطه‌ی $x=۴$ به دست آورید.

۷۲۴ - مقدار مشتق تابع $y=sin^{۳}\sqrt{x}$ در نقطه‌ی $x=\frac{\pi^{۲}}{۹}$ کدام است؟

۷۲۵ - اگر مشتق تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}ax^{۲}+۱ & , \ x>۱\\ x+b & , \ x\le ۱\end{cases}$ در $R$ پیوسته باشد $a+b$ کدام است؟

۷۲۶ - اگر $f(x)=x^{۳}-x$ و $y=f(sin۲x)$ ، $y'(x)$ را به دست آورید.

۷۲۷ - اگر $f(x)=x^{۳}+x+۱$ باشد ، مقدار $(f^{-۱})'(۳)$ را بیابید.

۷۲۸ - اگر $f(x)=\frac{x-۱}{x+۱}$ باشد ، مقدار $(f^{-۱})'(۲)$ را بیابید.

۷۲۹ - ثابت کنید تابع زیر روی دامنه‌اش ، تابع ثابت است و سپس مقدار ثابت را به دست آورید: $f(x)=sin^{-۱}\sqrt{۱-x}+sin^{-۱}\sqrt{x}$

۷۳۰ - اگر $f'(۳x)=\frac{۱}{x}$ باشد ، مقدار مشتق تابع $y=f(sinx+۳)$ در نقطه‌ی $x=۰$ کدام است؟

** مشتق بگیرید : ( ساده کردن الزامی نیست.)

۷۳۱ - «خرداد ۹۰» الف) $f(x)=\frac{(۳x^{۲}-۱)^{۳}}{x+۱}$ ب) $g(x)=\sqrt{۱-۲cos۳x}$ ج) $k(x)=۲tan^{-۱}x+۳sin^{-۱}x+\frac{۴}{x}$

۷۳۲ - «شهریور ۹۰» الف) $f(x)=sin\left(\sqrt{۲x+۵}\right)$ ب) $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{(۲x+۱)^{۳}}$ ج) $k(x)=(۱+tanx)cos^{-۱}x$

۷۳۳ - «دی ۹۰» الف) $f(x)=\frac{۳x^{۲}+۱}{x^{۳}+۲}$ ب) $g(x)=tan^{۳}x+sin^{-۱}x$ ج) $h(x)=\sqrt[۳]{x^{۵}-cos۲x}$

۷۳۴ - «خرداد ۹۱» الف) $y=x^{۳}+\frac{۱}{x}$ ب) $y=۳(۲x-۵)^{۴}+\sqrt[۳]{x}$ ج) $y=\frac{sin\sqrt{x}}{۱+x^{۲}}$

۷۳۵ - «شهریور ۹۱» الف) $y=(۲x+۳)^{۵}(sinx)$ ب) $y=\frac{۱}{x+۱}+tan^{-۱}(x)$ ج) $y=\sqrt[۳]{۵x^{۲}-۱}$

۷۳۶ - «دی ۹۱» الف) $y=\frac{x^{۲}+۵}{x-۱}$ ب) $y=sinx(۱+cosx)$ ج) $y=\sqrt{x}+sin^{-۱}x$

۷۳۷ - « خرداد ۹۲ » الف) $y = x(x^5 + 1)$ ب) $y = sin^3 x$ ج) $y = \sqrt[3]{x} + cos^{-1} x$

۷۳۸ - « شهریور ۹۲ » الف) $y = \frac{x^3}{3x-1}$ ب) $y = \sqrt{sin5x}$ ج) $y = 2sin^{-1} x$

۷۳۹ - « دی ۹۲ » الف) $f(x) = \frac{3x^3+5}{5x-1}$ ب) $g(x) = 2sin5x + 3cos^{-1} x$

۷۴۰ - « خرداد ۹۳ » الف) $y = \frac{3x^3-1}{2x+1}$ ب) $y = (x^2 + 1)^3$ ج) $y = 2tan^{-1} x$

۷۴۱ - « شهریور ۹۳ » الف) $y = \left(3x^2 - \sqrt{x} + 5\right)^3$ ب) $y = (3x + 5)cos(4x^3 + 1)$

۷۴۲ - « دی ۹۳ » الف) $y = (3x^2 + 5x)(4x^2 + sinx)$ ب) $y = \sqrt{4 - x^2} + 2sin^{-1} x$

۷۴۳ - « خرداد ۹۴ » الف) $y = (4x^5 + 2)cosx$ ب) $y = \sqrt[3]{x^2 + sinx - 1}$ ج) $y = 1 + 3cos^{-1} x$

۷۴۴ - « شهریور ۹۴ » الف) $f(x) = (x^3 + 5x)sin^{-1} x$ ب) $g(x) = (tanx + 3x^2)^5$

۷۴۵ - « دی ۹۴ » الف) $y = (2x - x^3)^5\left(\sqrt{2x}\right)$ ب) $y = \sqrt[3]{cosx} + 2sin^{-1} x$

۷۴۶ - « خرداد ۹۵ » الف) $f(x) = (x^3 - x^2 - 1)^5$ ب) $g(x) = \frac{x^4 - sinx}{1+cosx}$ ج) $h(x) = \left(x - \sqrt{x} + 5\right)(tan^{-1} x)$

۷۴۷ - « کنکور ۹۱ » اگر $g(x) = \frac{1}{4}\sqrt{5x - 9}$ و $f(x) = sin^2 \pi x$، مشتق تابع $fog$ به ازای $x = 2$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{8}\pi$ ۲) $\frac{5}{8}$ ۳) $\frac{3}{4}\pi$ ۴) $\frac{3}{4}$

۷۴۸ - « کنکور ۹۱ خارج » اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$، آن‌گاه $(f^{-1})'\left(\frac{3}{5}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{125}{64}$ ۲) $\frac{32}{25}$ ۳) $\frac{25}{32}$ ۴) ۴۱۲۵

۷۴۹ - « کنکور ۹۱ خارج » اگر $g(0) = g'(0) = 1$ و $f(x) = x + 1 + \left(g(x)\right)^5$ مقدار $f''(0)$ برابر کدام است؟

۱) $4g''(0)$ ۲) $5g''(0)$ ۳) $4g''(0) + 20$ ۴) $5g''(0) + 20$

۷۵۰ - « کنکور ۹۱ خارج » اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 1 + acos\pi x & x > 1 \\ bx^2 + x & x \leq 1 \end{cases}$، بر روی $R$ مشتق‌پذیر باشد، $a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $-1$ ۴) $\frac{1}{2}$

۷۵۱ - « کنکور ۹۲ » تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & , \ x < 1 \\ 2\sqrt{4x - 3} & , \ x \geq 1 \end{cases}$، بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است، $b$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۷۵۲ - « کنکور ۹۲ » اگر $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt[3]{x^2 - 7x}$ باشد، حاصل $\lim_{h\to 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ کدام است؟

۱) $-6$ ۲) $-3$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

۷۵۳ - « کنکور ۹۲ » اگر $f(x) = \frac{x^3-2}{1+x^3}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x - 1}$، حاصل $f'\left(g(x)\right).g'(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{x}$ ۲) $\frac{3}{x^2}$ ۳) $\frac{1}{3x}$ ۴) $\frac{x-3}{x^2}$

۷۵۴ - « کنکور ۹۲ خارج » اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$، حاصل $f'(x).g'\left(f(x)\right)$، کدام است؟

۱) $-1$ ۲) ۱ ۳) $x$ ۴) $\frac{1}{2}x$

۷۵۵ - « کنکور ۹۳ » مشتق تابع $y = cos^2(tan^{-1} x)$، به ازای $x = 1$، کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۱

۷۵۶ - « کنکور ۹۳ خارج » مشتق تابع $y = tan^2\left(\frac{\pi}{3} + sin^{-1} x\right)$، به ازای $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$، کدام است؟

۱) $-16\sqrt{3}$ ۲) $-12\sqrt{3}$ ۳) $-8\sqrt{3}$ ۴) $-4\sqrt{3}$

## ۳ - کاربردهای مشتق

۷۵۷ - معادله خط مماس بر تابع $f(x) = x(sinx + cosx)$ در مبدا مختصات کدام است؟

۷۵۸ - تابع $f(x) = sinx - xcosx$ را در بازه‌ی $(0, \pi)$ به لحاظ صعودی و یا نزولی بودن بررسی کنید.

۷۵۹ - تعیین کنید نمودار تابع $f(x) = (x - 1)^2(x + 1)$ در چه فواصلی صعودی و در چه فواصلی نزولی است؟

۷۶۰ - معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = 2sin3x + 1$ را در نقطه‌ای به طول صفر واقع بر آن بنویسید.

۷۶۱ - معادله خط قائم بر منحنی تابع $f(x) = \frac{x-2}{1-2x}$ را در محل برخورد تابع با محور عرض‌ها بنویسید.

۷۶۲ – معادله خط مماس و قائم بر منحنی تابع $y = ۴cos^۲۳x$ را در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{۱۲}$ واقع بر منحنی بنویسید.

۷۶۳ – شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = sin^{-۱}x$ در نقطه $x = \frac{۳}{۵}$ چقدر است؟

۷۶۴ – اگر خط مماس بر منحنی $y = sinx + mx$ در نقطه $x = \frac{\pi}{۳}$ موازی خط $y = ۲x$ باشد ، مقدار $m$ را به دست آورید.

۷۶۵ – معادله خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = \frac{۱}{x}$ در نقطه $A\left(۲,\frac{۱}{۲}\right)$ را بنویسید.

۷۶۶ – خط مماس بر نمودار تابع $y + \frac{\pi}{۴} = tan^{-۱}\sqrt{۳x - ۵}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن محور $y$ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۷۶۷ – معادله خط مماس و قائم بر نمودار وارون تابع $f(x) = ۲x + \sqrt{x}$ را در نقطه‌ای به طول ۱۰ روی نمودار $f^{-۱}$ به دست آورید.

۷۶۸ – اگر $x > ۱$ , $f(x) = x^۳ - ۲x$ و خط $۱۰y = x + m$ مماس بر نمودار $f^{-۱}$ باشد ، آن گاه $m$ کدام است؟

۷۶۹ – آهنگ تغییرات مساحت یک مربع نسبت به محیط آن را ، اگر طول ضلع مربع ۲ واحد باشد ، بیابید.

۷۷۰ – آهنگ آنی تغییر محیط یک مربع را نسبت به مساحت آن در لحظه‌ای که مساحت ۱۰ باشد ، به دست آورید.

۷۷۱ – طول مستطیلی دو برابر عرض آن است. آهنگ تغییر مساحت مستطیل را نسبت به محیط آن وقتی که عرض آن ۲ باشد ، را حساب کنید.

۷۷۲ – در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر $x$ از ۴ به ۲۵ تغییر می‌کند ، برابر آهنگ لحظه‌ای در نقطه $x = a$ است . $a$ کدام است؟

۷۷۳ – آهنگ آنی تغییر حجم یک مکعب را نسبت به سطح کل آن وقتی طول یال مکعب ۲ است ، به دست آورید.

۷۷۴ – آهنگ تغییر سطح یک کره نسبت به حجم آن وقتی $s = \pi$ باشد ، کدام است؟

۷۷۵ – آهنگ تغییرات حجم کره را نسبت به سطح آن برای کره‌ای که سطح آن ۶۴π واحد است را بدست آورید.

۷۷۶ – نمودار تابع $f(x) = -۲|x - ۱|$ را رسم کنید . حدس بزنید این تابع در چه نقاطی مشتق‌پذیر نیست و در این نقاط مشتق‌های راست و چپ را در صورت وجود محاسبه نمایید.

۷۷۷ – نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه $x = ۱$ پیوسته باشد و مشتقات چپ و راست تابع در این نقطه موجود باشد، ولی تابع در این نقطه مشتق‌پذیر نباشد.

۷۷۸ – نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^۲ & , \quad x < -۱ \\ -۱ - ۲x & , \quad x \geq -۱ \end{cases}$ را رسم کنید و سپس از روی نمودار، دامنه تابع مشتق را بیابید.

۷۷۹ – «خرداد ۹۰» آهنگ تغییرات مساحت یک مربع را نسبت به محیط آن برای مربعی که محیط آن ۱۶ واحد است به دست آورید.

۷۸۰ – «شهریور ۹۰» نقاطی از نمودار تابع $y = x^۳ - ۲x - ۱$ را تعیین کنید که خط مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۷۸۱ – «دی ۹۰» معادله‌ی خط قائم بر نمودار $f(x) = ۲x^۳ - ۱$ را در نقطه‌ای به طول ۱ به دست آورید.

۷۸۲ – «خرداد ۹۱» معادله خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = ۲x^۳ - x$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی به دست آورید.

۷۸۳ – «خرداد ۹۱ خارج» معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = sinx + ۴$ را در نقطه‌ی $\frac{\pi}{۳}$ بنویسید.

۷۸۴ – «شهریور ۹۱» آهنگ تغییرات محیط یک مربع نسبت به مساحت آن برای مربعی که مساحت آن ۹ واحد است به دست آورید.

۷۸۵ – «دی ۹۱» آهنگ تغییرات مساحت یک دایره را نسبت به محیط آن برای دایره‌ای که محیط آن $۳\pi$ است به دست آورید.

۷۸۶ – «خرداد ۹۲» معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-۲}$ را در نقطه‌ی $A(۳,۳)$ به دست آورید .

۷۸۷ – «شهریور ۹۲» نقطه‌ای از نمودار تابع $y = x^۲ + ۳x$ را تعیین کنید که خط مماس بر منحنی تابع ، در این نقطه موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۷۸۸ – «دی ۹۲» آهنگ تغییرات مساحت یک دایره که قطر آن ۴ است را به دست آورید.

۷۸۹ – «خرداد ۹۳» در چه نقاطی از بازه‌ی $[۰,۲]$ ، خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = sinx$ موازی محور $x$ها است.

۷۹۰ – «شهریور ۹۳» معادله‌ی خط قائم بر منحنی تابع $f(x) = \frac{x+۲}{x-۱}$ را در نقطه‌ای به طول $x = ۲$ بیابید.

۷۹۱ – «دی ۹۳» آهنگ تغییرات مساحت دایره نسبت به محیط آن ، برای دایره‌ای به محیط $۳\pi$ را بیابید.

۷۹۲ – «خرداد ۹۴» آهنگ تغییرات مساحت دایره به شعاع $R = ۴$ را به دست آورید.

۷۹۳ ـ «شهریور ۹۴» معادله‌ی خط قائم بر منحنی $y = \frac{۱}{\sqrt{x}+۱}$ را در نقطه‌ای به طول ۱ بنویسید.

۷۹۴ ـ «دی ۹۴» محیط هر دایره‌ای تابعی از مساحت آن است. آهنگ تغییرات محیط دایره را نسبت به مساحت آن برای دایره‌ای به مساحت $۲\pi$ حساب کنید.

۷۹۵ ـ «خرداد ۹۵» نقاطی از نمودار تابع $f(x) = x^۳ - ۲x - ۶$ را معین کنید که مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۷۹۶ - «کنکور ۹۰» اگر مماس چپ و راست تابع $f(x)=|x|(x+a)$ در نقطه‌ی زاویه‌دار آن بر هم عمود باشند، مجموعه مقادیر $a$ کدام است؟

۱) $\{-1\}$ ۲) $\{1\}$ ۳) $\{-1,1\}$ ۴) $\emptyset$

۷۹۷ - «کنکور ۹۰» خطی که دو نقطه به طول‌های ۱ و ۱-، از منحنی به معادله‌ی $y=x^3+ax^2+2x$ را به هم وصل کند، بر این منحنی مماس است، $a$ کدام است؟

۱) ۱ و ۱- ۲) ۲ و ۱- ۳) ۲ و ۱ ۴) ۱ و ۲-

۷۹۸ - «کنکور ۹۱» به ازای کدام مقدار $a$ نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=ax^2+4x$، برهم مماسند؟

۱) ۴- ۲) ۳- ۳) ۲- ۴) ۱-

۷۹۹ - «کنکور ۹۲ خارج» در تابع با ضابطه $f(x)=\begin{cases} x-\frac{1}{x} & x\geq 1 \\ x^2+ax+b & x<1 \end{cases}$، مقدار $f'(1)$ موجود است، مقدار $f(1-\sqrt{2})$ کدام می‌باشد؟

۱) $3-\sqrt{2}$ ۲) $2-\sqrt{2}$ ۳) $2-2\sqrt{2}$ ۴) $3-2\sqrt{2}$

۸۰۰ - «کنکور ۹۲ خارج» خط گذرا بر دو نقطه‌ی (۱,۲) و (۱,۳-)، بر منحنی پیوسته‌ی $y=f(x)$ در نقطه‌ی $x=3$ مماس است. حد عبارت $\frac{f^2(x)+4f(x)-5}{3-x}$ وقتی $x\to 3$، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۸۰۱ - «کنکور ۹۲ خارج» اگر $x>-2$، $f(x)=\frac{2x-1}{x+2}$ خط قائم بر نمودار تابع $f^{-1}$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن، محور $x$ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۸۰۲ - «کنکور ۹۴» اگر $f(x)=x^3-x^2+2x$ باشد، معادله خط قائم بر منحنی تابع $f^{-1}$، در نقطه $x=2$ واقع بر آن کدام است؟

۱) $y+3x=7$ ۲) $y-3x=-5$ ۳) $3y+x=5$ ۴) $3y-x=1$

۸۰۳ - «کنکور ۹۴ خارج» اگر عبارت $x^4+ax^2-bx+4$ بر $(x-1)^2$ بخش‌پذیر باشد، $b$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۸۰۴ـ «کنکور ۹۵» اگر عبارت $ax^3+4x^2-14x+10-a$، بر سه جمله‌ای $x^2-2x+1$ بخش‌پذیر باشد، $a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۰۵ـ «کنکور ۹۵» به ازای کدام مقادیر $m$، خط به معادله $(m+2)y=mx$، موازی یکی از خطوط مماس بر منحنی $y=\sqrt{1+x^2}$، است؟

۱) $m>-1$ ۲) $m<-1$ ۳) $m>1$ ۴) $m<1$

۸۰۶ـ «کنکور ۹۵ خارج» به ازای کدام مقادیر $m$، خط به معادله $y=(m-2)x+3$، موازی یکی از خطوط مماس بر منحنی $y=tan^{-1}\frac{1}{x}$ است؟

۱) $0<m<1$ ۲) $0<m<2$ ۳) $1<m<2$ ۴) $2<m<3$

«اگر کسی

خوبی های تو را فراموش کرد

تو خوب بودن را فراموش نکن...»