



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

سراسری تجربی ۹۸

مجموع جواب های معادله مثلثاتی  $4 \sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$  ، در بازه  $[0, 2\pi]$  ، کدام است ؟

$5\pi$  (۴)

$4\pi$  (۳)

$3\pi$  (۲)

$\frac{5\pi}{2}$  (۱)

۱

$$4 \sin x (-\cos x) = 1 \longrightarrow -4(\sin x \cos x) = 1 \longrightarrow -4(\frac{1}{2} \sin 2x) = 1$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6}) \longrightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + (-\frac{\pi}{6}) \longrightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - (-\frac{\pi}{6}) \longrightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

$$\frac{11\pi}{12} + \frac{23\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{19\pi}{12} = \frac{60\pi}{12} = 5\pi$$

سراسری تجربی ۹۸ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 3x + \cos x = 0$  ، با شرط  $\cos x \neq 0$  ، کدام است ؟

$k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۴)

$k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۳)

$k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۲)

$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$  (۱)

۲

$$\cos 3x = -\cos x \longrightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x) \longrightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + (\pi - x) \\ 3x = 2k\pi - (\pi - x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 2k\pi + \pi \\ 2x = 2k\pi - \pi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

سراسری تجربی ۹۷

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\tan x \tan 3x = 1$  ، کدام است ؟

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$  (۴)

$\frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$  (۳)

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۲)

$\frac{k\pi}{4}$  (۱)

۳

$$\tan x \cdot \tan 3x = 1 \longrightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} = \cot x = \tan(\frac{\pi}{2} - x)$$

$$3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \longrightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

روش اول :

روش دوم:

$$\tan x \cdot \tan 3x = 1 \longrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = 1 \longrightarrow \sin x \cdot \sin 3x = \cos x \cdot \cos 3x$$

$$\cos x \cdot \cos 3x - \sin x \cdot \sin 3x = 0 \longrightarrow \cos(x + 3x) = 0 \longrightarrow \cos 4x = 0$$

$$4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

سراسری تجربی ۹۷ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$  ، کدام است ؟

$$\frac{(2k+1)\pi}{5} \quad (۴) \quad k\pi + \frac{\pi}{5} \quad (۳) \quad \frac{2k\pi}{5} \quad (۲) \quad \frac{k\pi}{5} \quad (۱)$$

۴

$$\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0 \xrightarrow[\substack{\cos x \neq -1 \\ x \neq 2k\pi + \pi}]{\cos x \neq -1} \sin 3x + \sin 2x = 0 \longrightarrow \sin 3x = -\sin 2x$$

$$\sin 3x = \sin(-2x) \longrightarrow 3x = 2k\pi + (-2x) \longrightarrow 5x = 2k\pi \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{5}$$

$$3x = 2k\pi + \pi - (-2x) \longrightarrow x = 2k\pi + \pi \longrightarrow \text{unacceptable}$$

سراسری تجربی ۹۶

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$  ، کدام است ؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۴) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۲) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

روش اول:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = 0 \longrightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = 0 \longrightarrow 4\cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \longrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos^2 x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{U} x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۵

**روش دوم:** هر گاه دو طرف تساوی، دو نسبت هم نام و مربع کامل باشند، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \sin^2 x = \sin^2 \alpha \\ \cos^2 x = \cos^2 \alpha \\ \tan^2 x = \tan^2 \alpha \end{array} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = k\pi \pm \alpha \quad \cos^2 x = \frac{1}{4} = \cos^2 \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

**نکته:** ک. م. چند کسر برابر است با نسبت ک.م.م صورت ها به ب.م.م مخرج ها

سراسری تجربی ۹۶ - خارج از کشور

مجموع جواب های معادله مثلثاتی  $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0$ ، در بازه  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۴)  $5\pi$                       (۳)  $\frac{9\pi}{2}$                       (۲)  $4\pi$                       (۱)  $\frac{14\pi}{3}$

۶

$$2 \sin x \cdot \cos x + \sin x = 0 \rightarrow \sin x (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \quad \pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در اینجا نیازی برای بدست آوردن جواب های کلی معادله مثلثاتی نیست، فقط کافی است جواب ها را در فاصله داده شده، مشخص کنیم.

$$\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0 \rightarrow \sin 2x + \sin x = 0 \rightarrow \sin 2x = -\sin x$$

$$\sin 2x = \sin(-x) \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + (-x) \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi + x \rightarrow x = (2k+1)\pi \end{cases}$$

سراسری تجربی ۹۵

جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$ ، کدام است؟

(۴)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$                       (۳)  $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$                       (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$                       (۱)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

**روش اول:**

۷

$$2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x = 0 \longrightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0 \longrightarrow \Delta = 25$$

$$\cos x = \frac{3 + 5}{4} = 2 \notin [-1, 1]$$

$$\cos x = \frac{3 - 5}{4} = -\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} \longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

روش دوم:

$$k=0 \longrightarrow x = -\frac{\pi}{3} \longrightarrow 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \neq 0$$

$$k=0 \longrightarrow x = \frac{2\pi}{3} \longrightarrow 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0 \longrightarrow (1) \rightarrow \text{True}$$

سراسری تجربی ۹۵ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}$  ، کدام است ؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

روش اول:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} \longrightarrow \frac{1}{2}\sin 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} \longrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \longrightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\div 2} x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

روش دوم:

$$\frac{1}{2}\left[\cos\left(x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi}{4}\right)\right] = \frac{1}{4}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \longrightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\div 2} x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

سراسری تجربی ۹۴

جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$  ، به کدام صورت است ؟

$$k\pi + \frac{\pi}{8} \quad (۴) \quad k\pi - \frac{\pi}{8} \quad (۳) \quad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (۲) \quad \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (۱)$$

۹

$$2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 \longrightarrow 2 \cos^2 x - 1 = -2 \sin x \cos x \xrightarrow{\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1}$$

$$\cos 2x = -\sin 2x \xrightarrow{\div \cos 2x} \tan 2x = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \longrightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

سراسری تجربی ۹۴ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط  $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

$$\cos 3x + \cos x = 0 \xrightarrow{\cos x \neq 0} \cos 3x = -\cos x \longrightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\cos x \neq 0} \text{True} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \longrightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\cos x \neq 0} \text{false} \end{cases}$$

۱۰

سراسری تجربی ۹۳

در معادله مثلثاتی  $\sin 2x(\sin x + \cos x) = \cos 2x(\cos x - \sin x)$ ،  $x \in [0, \pi]$ ، مجموع تمام جواب ها در بازه  $[0, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{4}$  (۲)  $\frac{5\pi}{4}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{7\pi}{4}$

$$\sin 2x(\sin x + \cos x) = \cos 2x(\cos x - \sin x)$$

$$\sin 2x \cdot \sin x + \sin 2x \cdot \cos x = \cos 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x$$

$$\sin 2x \cdot \cos x + \cos 2x \cdot \sin x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x$$

$$\sin 3x = \cos 3x \xrightarrow{\div \cos 3x} \tan 3x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \longrightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow{\div 3} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \xrightarrow[k=0,1,2]{k \in \mathbb{Z}} \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \frac{9\pi}{12} = \frac{5\pi}{4}$$

۱۱

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1$ ، به کدام صورت است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$  (۴)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} = 1 \xrightarrow{\sin x \neq 0} \sin 3x = \sin x \longrightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \longrightarrow x = k\pi \longrightarrow \text{false} \\ 3x = 2k\pi + \pi - x \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

۱۲

سراسری تجربی ۹۲

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$  ، به کدام صورت است ؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$       (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$       (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$       (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = \sin^2(\pi + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \longrightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \longrightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۱۳

سراسری تجربی ۹۲ - خارج از کشور

مجموع تمام جواب های معادله ی مثلثاتی  $\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi$  در بازه ی  $[0, 2\pi]$  ، کدام است ؟

- (۱)  $8\pi$       (۲)  $9\pi$       (۳)  $10\pi$       (۴)  $11\pi$

$$\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi \longrightarrow \sin 5x + \sin 4x = 0 \longrightarrow \sin 5x = -\sin 4x = \sin(-4x)$$

$$\begin{cases} 5x = 2k\pi - 4x \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{9} \longrightarrow x = \frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{6\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \frac{10\pi}{9}, \frac{12\pi}{9}, \frac{14\pi}{9}, \frac{16\pi}{9}, \frac{18\pi}{9} \\ 5x = 2k\pi + \pi + 4x \longrightarrow x = 2k\pi + \pi \longrightarrow x = \pi \end{cases}$$

۱۴

سراسری تجربی ۹۱

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{2} + x)$  ، به کدام صورت است ؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{3}$       (۲)  $\frac{2k\pi}{3}$       (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$       (۴)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

روش اول:

$$1 - \cos^2 x - \cos^2 x = -\cos x \longrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \cos x = 1 \longrightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\cup} x = \frac{2k\pi}{3}$$

روش دوم:

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{2} + x) \longrightarrow -\cos 2x = -\cos x$$

$$\cos 2x = \cos x \longrightarrow 2x = 2k\pi \pm x \longrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\cup} x = \frac{2k\pi}{3}$$

۱۵

روش سوم:

$$\cos 2x = \cos x \xrightarrow[k=0]{k=1} x = \frac{\pi}{3} \rightarrow \cos \frac{2\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow -\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} \rightarrow (1), (3) \rightarrow \text{false}$$

$$\xrightarrow{k=3} x = 2\pi \rightarrow \cos 4\pi = \cos 2\pi \rightarrow -1 = -1 \rightarrow (4) \rightarrow \text{false}$$

سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3}$  ، به کدام صورت است ؟

$k\pi - \frac{\pi}{6}$  (۴)       $k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۳)       $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$  (۲)       $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$  (۱)

۱۶

روش اول:

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3} \rightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{3} \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\div 2} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

روش دوم:

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3} \rightarrow \frac{2 \sin x}{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \sqrt{3} \rightarrow \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \sqrt{3} \rightarrow \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \sqrt{3}$$

$$\tan 2x = \sqrt{3} \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

سراسری تجربی ۹۰

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$  ، کدام است ؟

$2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$  (۴)       $2k\pi + \frac{\pi}{2}$  (۳)       $2k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۲)       $2k\pi - \frac{\pi}{2}$  (۱)

۱۷

$$\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0 \rightarrow (-\sin x)(-\sin x) - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

سراسری تجربی ۹۰ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $(\sin x - \tan x) \tan(\frac{3\pi}{2} - x) = \cos \frac{4\pi}{3}$  ، کدام است ؟

$2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۴)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)       $k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۲)       $k\pi - \frac{\pi}{6}$  (۱)

۱۸

روش اول:

$$(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{4\pi}{3} \xrightarrow{\cos \frac{4\pi}{3} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}}$$

$$(\sin x - \tan x) \cot x = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

روش دوم:

$$(\sin x - \tan x) \cot x = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x - 1 = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \rightarrow \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow (1), (4) \rightarrow \text{false}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} \rightarrow \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow (2) \rightarrow \text{false}$$

سراسری تجربی ۸۹

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{3}$  ، به کدام صورت است ؟

$$k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (4)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

روش اول:

$$\frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} + \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x} = 2\sqrt{3} \rightarrow \frac{4 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 2\sqrt{3}$$

$$2 \tan 2x = 2\sqrt{3} \rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

روش دوم:

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{3} \rightarrow \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}\right)}{\frac{1}{2} \left[ \cos\left(x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi}{4}\right) \right]} = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{\sin 2x}{\frac{1}{2} \cos 2x} = 2\sqrt{3} \rightarrow 2 \tan 2x = 2\sqrt{3} \rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

۱۹

سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$  ، به کدام صورت است ؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

روش اول:

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} [\cos 2x + \cos \frac{2\pi}{3}] = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos 2x - \frac{1}{2} = -1$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

روش دوم:

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \rightarrow \cos \frac{2\pi}{3} \cos 0 = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{True} \\ x = -\frac{\pi}{3} \rightarrow \cos 0 \cos(-\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{True} \end{cases}$$

روش سوم:

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$$

$$\left[ \cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} \right] \left[ \cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} \right] = -\frac{1}{2}$$

$$\left[ \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right] \left[ \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right] = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4} \cos^2 x - \frac{3}{4} \sin^2 x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos^2 x - 3 \sin^2 x = -2 \rightarrow 1 - \sin^2 x - 3 \sin^2 x = -2 \rightarrow 4 \sin^2 x = 3 \rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\sin^2 x = \sin^2 \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور

معادله  $\cos^3 x + 3 \cos x = 4$  ، چند جواب در بازه  $[0, 2\pi]$  دارد ؟

$$۲ \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$۰ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۲۱

نکته: اگر در معادله درجه  $n$  ، مجموع ضرایب صفر شود ، قطعاً یکی از ریشه ها یک می باشد .

$$\cos^3 x + 3 \cos x - 4 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} t^3 + 3t - 4 = 0 \xrightarrow{t=1} (t-1)(t^2 + t + 4) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} t-1=0 \rightarrow t=1 \rightarrow \cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = 0, 2\pi \\ t^2 + t + 4 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 16 = -15 < 0 \end{cases}$$

سراسری تجربی ۸۷

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2 \sin(\pi - x) \cos(\frac{3\pi}{2} + x) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$  ، کدام است ؟

$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۴)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)       $2k\pi + \frac{2\pi}{3}$  (۲)       $2k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۱)

۲۲

$$2 \sin(\pi - x) \cos(\frac{3\pi}{2} + x) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$$

$$2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta = 25} \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \text{True} \\ \cos x = -2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\cos^3 x \sin(3\pi - x) - \sin^3 x \cos(\pi + x) = \cos \frac{3\pi}{2}$  ، کدام است ؟

$k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۴)       $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۳)       $\frac{k\pi}{2}$  (۲)       $\frac{k\pi}{4}$  (۱)

۲۳

$$\cos^3 x \sin(3\pi - x) - \sin^3 x \cos(\pi + x) = \cos \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos^3 x \sin x + \sin^3 x \cos x = 0$$

$$\sin(3x + x) = 0 \rightarrow \sin 4x = 0 \rightarrow 4x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

سراسری تجربی ۸۶

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2 \sin^2 x = 3 \cos x$  ، به کدام صورت است ؟

$2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۳)       $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۲)       $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۱)

۲۴

$$2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0 \longrightarrow (1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0$$

$$2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{3} \longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = -2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

سراسری تجربی ۸۶ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2 \tan x \cos^2 x = 1$  ، به کدام صورت است ؟

$2k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۴)       $2k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۳)       $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)       $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۱)

روش اول:

۲۵

$$2 \tan x \cos^2 x = 1 \xrightarrow{x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}} 2 \times \frac{\sin x}{\cos x} \times \cos^2 x = 1 \longrightarrow 2 \sin x \cos x = 1$$

$$\sin 2x = 1 \longrightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

روش دوم:

$$2 \tan x = \frac{1}{\cos^2 x} \longrightarrow 2 \tan x = 1 + \tan^2 x \longrightarrow \tan^2 x - 2 \tan x + 1 = 0$$

$$(\tan x - 1)^2 = 0 \longrightarrow \tan x - 1 = 0 \longrightarrow \tan x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \longrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

سراسری تجربی ۸۴ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\cos^2 x + 3 \sin(\frac{\pi}{2} + x) + 2 = 0$  ، کدام است ؟

$(2k+1)\pi$  (۴)       $\frac{k\pi}{2}$  (۳)       $2k\pi$  (۲)       $k\pi$  (۱)

$$\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} \cos x = -1 \rightarrow \text{True} \\ \cos x = -2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$\cos x = -1 \longrightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

سراسری تجربی ۸۳

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0$  ، به کدام صورت است ؟

$k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۴)       $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۳)       $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۲)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۱)

۲۷

روش اول:

$$\cos 2x = 0 \longrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \longrightarrow \tan x = 1 \longrightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{4}) \neq 0 \longrightarrow x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (2) \xrightarrow{(1),(2)} x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

روش دوم:

$$\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0 \xrightarrow{\cos(x + \frac{\pi}{4}) \neq 0} \cos 2x = 0 \longrightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{4}) \neq 0 \longrightarrow x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (2) \xrightarrow{(1),(2)} x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

سراسری تجربی ۸۱

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$  ، کدام است ؟

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$2k\pi + \pi \quad (2)$$

$$k\pi \quad (1)$$

۲۸

$$2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} \cos x = -1 \longrightarrow x = 2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = \frac{3}{2} \notin [-1, 1] \rightarrow \text{false} \end{cases}$$

سراسری تجربی ۸۰

یکی از جواب های معادله  $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$  کدام است ؟

$$\frac{4\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{7\pi}{6} \quad (3)$$

$$\frac{5\pi}{6} \quad (2)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (1)$$

۲۹

$$2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} \sin x = 2 \notin [-1, 1] \rightarrow \text{false} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{True} \end{cases}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6}) \longrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \quad k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x = \frac{7\pi}{6} \end{cases}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

سراسری تجربی ۷۹

جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 = (1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos(\pi + 2x)$  به کدام صورت است؟

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)

$k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۳)

$k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۲)

$k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۱)

روش اول:

۳۰

$$(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} \times (-\cos 2x) = 2 \xrightarrow{\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} \times (1 - 2 \cos^2 x) = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} - 2 = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 4 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\cos^2 x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \cos^2 \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

روش دوم:

$$(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} \times (-\cos 2x) = 2 \xrightarrow{\cos^2 x \neq 0} \cos 2x = -2 \cos^2 x$$

$$2 \cos^2 x - 1 + 2 \cos^2 x = 0 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} = \left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^2 \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

سراسری تجربی ۷۹

اگر  $\alpha = 22/5^\circ$  باشد، مقدار  $\sin^3 \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos^3 \alpha$  برابر کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$-\frac{1}{4}$  (۱)

۳۱

$$\sin^3 \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos^3 \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\alpha (-\cos 2\alpha) = -\frac{1}{4} \sin 4\alpha \xrightarrow{\alpha = 22/5^\circ} -\frac{1}{4} \sin 90^\circ = -\frac{1}{4}$$

سراسری تجربی ۷۹

حاصل  $(2 \cos 80^\circ - 1) \cos 40^\circ$  برابر کدام است؟

$\sin 20^\circ$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\sin 20^\circ$  (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)

۳۲

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\begin{aligned} \cos 40^\circ (2 \cos 80^\circ - 1) &= 2 \cos 80^\circ \cos 40^\circ - \cos 40^\circ = 2 \times \frac{1}{2} [\cos 120^\circ + \cos 40^\circ] - \cos 40^\circ \\ &= \cos 120^\circ = \cos(\pi - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۷۸

صورت کلی تمام قوس هایی که در معادله  $\sin(\frac{\pi}{2} + x) \cos(2\pi - x) = \sin^2 \frac{7\pi}{6}$  صدق کنند ، کدام است ؟

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)       $k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۳)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۲)       $2k\pi - \frac{\pi}{3}$  (۱)

۳۳

$$\cos x \times \cos x = \frac{1}{4} \longrightarrow \cos^2 x = \cos^2 \frac{\pi}{3} \longrightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

سراسری تجربی ۷۸

معادله ی مثلثاتی  $\tan 60^\circ \sin x + \sin(\frac{\pi}{2} - x) = m - 1$  دارای جواب است ، مجموعه مقادیر  $m$  کدام است ؟

$[-2, 4]$  (۴)       $[0, 2]$  (۳)       $[-3, 1]$  (۲)       $[-1, 3]$  (۱)

۳۴

$$\tan 60^\circ \sin x + \sin(\frac{\pi}{2} - x) = m - 1 \longrightarrow \sqrt{3} \sin x + \cos x = m - 1$$

$$3 + 1 \geq (m - 1)^2 \longrightarrow -2 \leq m - 1 \leq 2 \longrightarrow -1 \leq m \leq 3$$

سراسری تجربی ۷۷

به ازای کدام مقادیر  $m$  ، معادله  $m \tan x + \cot x = 4$  دو جواب متمایز در فاصله  $(0, \frac{\pi}{2})$  دارد ؟

$0 < m < 4$  (۴)       $m < 4$  (۳)       $m > 0$  (۲)       $-1 < m < 4$  (۱)

$$m \tan x + \cot x = 4 \longrightarrow m \tan x + \frac{1}{\tan x} = 4 \xrightarrow{\times \tan x \neq 0} m \tan^2 x - 4 \tan x + 1 = 0$$

۳۵

$$\begin{aligned} \frac{b' = \frac{b}{2}}{\Delta' = b'^2 - ac} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta' > 0 \longrightarrow 4 - m > 0 \longrightarrow m < 4 \\ \frac{c}{a} > 0 \longrightarrow \frac{1}{m} > 0 \longrightarrow m > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \longrightarrow \frac{4}{m} > 0 \longrightarrow m > 0 \end{array} \right. \quad \cap \longrightarrow 0 < m < 4 \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۷۷

انتهای کمان جواب های معادله  $\cos 2x = \sin x$  بر روی دایره مثلثاتی ، رأس های کدام مثلث است ؟  
 ( ۱ ) قائم الزویه ( ۲ ) **متساوی الاضلاع** ( ۳ ) متساوی الساقین ( ۴ ) مختلف الاضلاع

۳۶

$$\cos 2x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \longrightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$$

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \longrightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{3\pi}{2}$$

سراسری تجربی ۷۶

انتهای کمان های جواب های معادله  $\cos 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$  روی دایره مثلثاتی ، رأس های کدام چند ضلعی است ؟  
 ( ۱ ) **مثلث متساوی الاضلاع** ( ۲ ) مثلث قائم الزویه ( ۳ ) مستطیل ( ۴ ) مربع

۳۷

$$\cos 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0 \longrightarrow \cos 2x + \cos x = 0 \longrightarrow \cos 2x = -\cos x$$

$$\cos 2x = \cos(\pi - x) \longrightarrow 2x = 2k\pi \pm (\pi - x)$$

$$2x = 2k\pi + \pi - x \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \pi$$

$$2x = 2k\pi - \pi + x \longrightarrow x = 2k\pi - \pi \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \pi$$

از معادله  $(\cos 3x)(\cos \frac{2\pi}{3}) = \frac{1}{2} - \cos^2 x$  چند جواب برای  $x$  در فاصله  $(0, 2\pi)$  به دست می آید ؟

( ۳ )

( ۴ )

( ۵ )

( ۶ )

$$(\cos 3x)\left(-\cos \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} - \cos^2 x \longrightarrow -\frac{1}{2} \cos 3x = \frac{1}{2} - \cos^2 x \xrightarrow{\times(-2)}$$

$$\cos 3x = 2\cos^2 x - 1 \longrightarrow \cos 3x = \cos 2x \longrightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \longrightarrow x = 2k\pi \\ 3x = 2k\pi - 2x \longrightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

$$x \in (0, 2\pi) \xrightarrow{k=1,2,3,4} x = \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}$$

۳۸

مجموع جواب های متمایز معادله  $\cos 2x + \cos^2 x + 4 \sin x = 3$  در بازه  $[0, \pi]$  کدام است ؟

$\pi$  ( ۴)                       $\frac{5\pi}{4}$  ( ۳)                       $2\pi$  ( ۲)                       $\frac{3\pi}{2}$  ( ۱)

$1 - 2 \sin^2 x + 1 - \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0 \longrightarrow -3 \sin^2 x + 4 \sin x - 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0}$

$$\begin{cases} \sin x = 1 \longrightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{3} \longrightarrow \begin{cases} x = \theta \\ x = \pi - \theta \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2}$$

۳۹

معادله مثلثاتی  $\frac{\cos 2x + 4 \sin x - 3}{\sin x - 1} = 3$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد ؟

$4$  ( ۴)                       $3$  ( ۳)                       $2$  ( ۲)                       $1$  ( ۱)

I)  $\xrightarrow{\sin x \neq 1} \cos 2x + 4 \sin x - 3 = 3 \sin x - 3 \longrightarrow -2 \sin^2 x + \sin x + 1 = 0$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

۴۰

$$\text{II) } \cos 2x + \sin x = 0 \longrightarrow \cos 2x = -\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \longrightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\sin x \neq 1} \text{false} \\ x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \longrightarrow \begin{cases} k = 2 \longrightarrow x = \frac{7\pi}{6} \\ k = 3 \longrightarrow x = \frac{11\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

<p>معادله مثلثاتی <math>2 \sin^2(x - \frac{\pi}{\lambda}) + 3 \cos(x - \frac{\Delta\pi}{\lambda}) = 5</math> در بازه <math>[0, 2\pi]</math> چند جواب دارد؟</p> <p>(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴</p> <p><math>2 \sin^2(x - \frac{\pi}{\lambda}) + 3 \cos(x - \frac{\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{2}) = 5 \rightarrow 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{\lambda}) + 3 \sin(x - \frac{\pi}{\lambda}) - 5 = 0</math></p> <p><math>\sin(x - \frac{\pi}{\lambda}) = 1 \rightarrow x - \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\Delta\pi}{\lambda} \xrightarrow{k=0} x = \frac{\Delta\pi}{\lambda}</math></p>	<p>۴۱</p>
<p>جواب معادله <math>\tan \frac{\pi}{\gamma} + \sin \frac{3\pi}{2} + \cos x + \tan \frac{6\pi}{\gamma} = 0</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>k\pi</math>      (۲) <math>2k\pi</math>      (۳) <math>\frac{k\pi}{2}</math>      (۴) <math>(2k+1)\pi</math></p> <p>چون <math>\frac{6\pi}{\gamma}</math> و <math>\frac{\pi}{\gamma}</math> مکمل یکدیگر هستند پس <math>\tan \frac{\pi}{\gamma} + \tan \frac{6\pi}{\gamma} = 0</math> بنابراین داریم:</p> <p><math>-1 + \cos x = 0 \rightarrow \cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi</math></p>	<p>۴۲</p>
<p>یکی از جواب های معادله <math>\sin 2x + \sin 4x = 0</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>\frac{k\pi}{2}</math>      (۲) <math>\frac{k\pi}{4}</math>      (۳) <math>\frac{k\pi}{6}</math>      (۴) <math>\frac{k\pi}{3}</math></p> <p><math>\sin 4x = -\sin 2x = \sin(-2x) \rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + (-2x) \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} \\ 4x = 2k\pi + \pi - (-2x) \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}</math></p>	<p>۴۳</p>
<p>یکی از جواب های معادله <math>\cos 2x + \sqrt{3} \cos x = 2</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>2k\pi + \frac{\pi}{3}</math>      (۲) <math>2k\pi - \frac{\pi}{3}</math>      (۳) <math>2k\pi - \frac{\pi}{6}</math>      (۴) <math>k\pi + \frac{\pi}{6}</math></p> <p><math>2 \cos^2 x - 1 + \sqrt{3} \cos x - 2 = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x - 3 = 0 \xrightarrow{\Delta=27}</math></p> <p><math>\cos x = \frac{-\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}</math></p> <p><math>\cos x = \frac{-\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{4} = \frac{-4\sqrt{3}}{4} = -\sqrt{3} \notin [-1, 1]</math></p>	<p>۴۴</p>

مجموع جواب های معادله  $\frac{\lambda \sin^2 x}{1 + \tan^2 x} + 3 \cos 2x = 0$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

۴π (۴)

۲π (۳)

۶π (۲)

 $\frac{5\pi}{2}$  (۱)

$$\lambda \sin^2 x \cos^2 x + 3 \cos 2x = 0 \longrightarrow \lambda (\sin x \cos x)^2 + 3 \cos 2x = 0$$

$$\lambda \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 + 3 \cos 2x = 0 \longrightarrow 2 \sin^2 2x + 3 \cos 2x = 0 \longrightarrow 2(1 - \cos^2 2x) + 3 \cos 2x = 0$$

$$-2 \cos^2 2x + 3 \cos 2x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} \cos 2x = \frac{-3+5}{-4} = -\frac{1}{2} \\ \cos 2x = \frac{-3-5}{-4} = 2 \end{cases}$$

$$\cos 2x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} \longrightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \longrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \longrightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

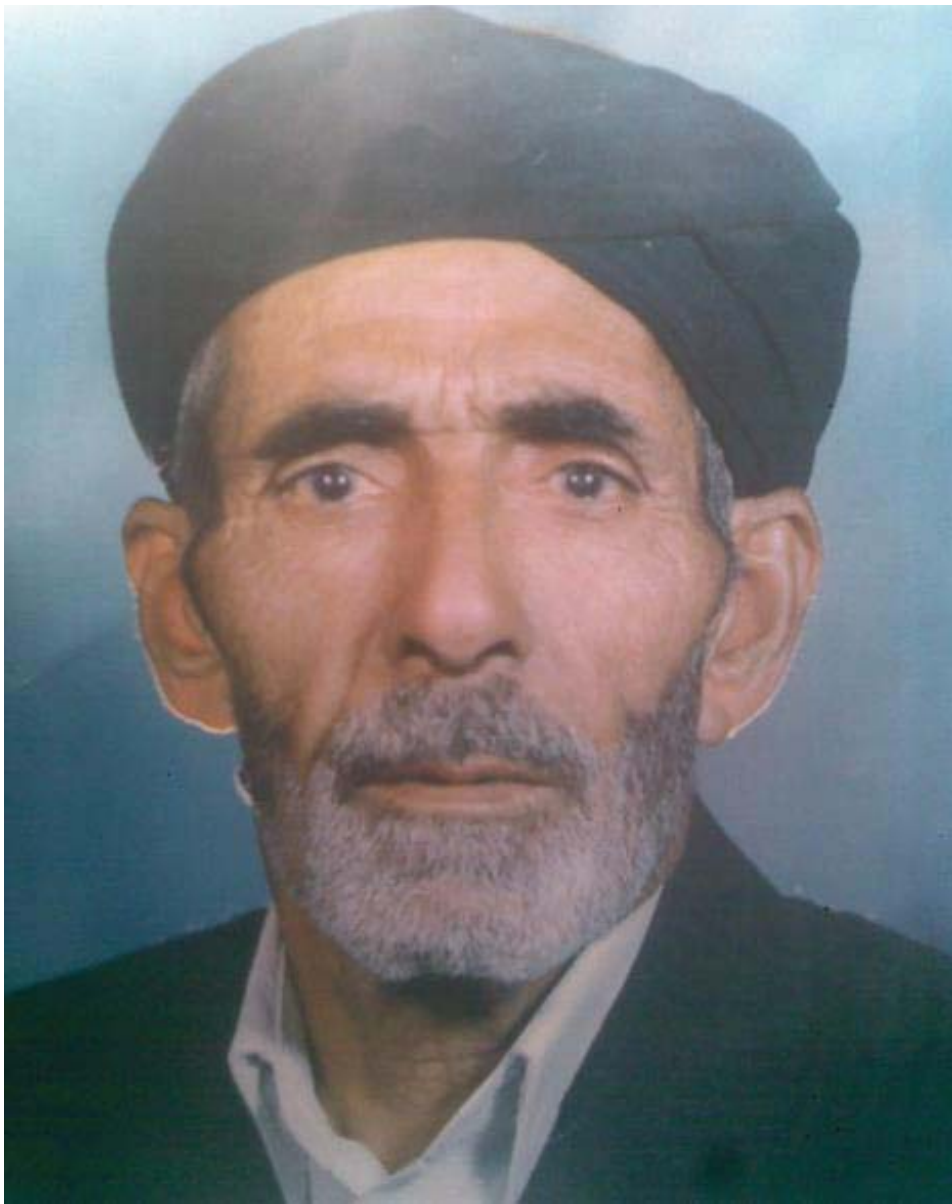
$$\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = \frac{12\pi}{3} = 4\pi$$

۴۵

(سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

دبیر ریاضی ناحیه ۴ مشهد

@dostaneriazi



همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هایی که در اختیار شما قرار گرفته است ، زحمات چندین ساله بنده می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .

با تشکر : سید علی موسوی