سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://t.me/riazisara (@riazisara)

۱ سراسری تجربی ۹۶

اگر $A=\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۵ & ۴\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۴ & -۶\\ ۳ & -۵\end{bmatrix}$ باشند ، ماتریس $A^{-۱}.(۲B)$ ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}۵ & -۷\\ -۱۱ & ۱۵\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۸ & -۱۵\\ -۷ & ۱۱\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۱۰ & -۷\\ -۹ & ۱۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۱۰ & -۱۴\\ -۱۱ & ۱۵\end{bmatrix}$

۲ سراسری تجربی ۹۶ - خارج از کشور

اگر $A=\begin{bmatrix}۷ & ۳\\ -۴ & -۲\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۱ & ۴\end{bmatrix}$ باشند ، ماتریس $B.(۲A^{-۱})$ ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}-۸ & -۱۵\\ -۱۴ & -۲۵\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۸ & -۱۵\\ ۱۴ & -۲۵\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}-۷ & -۱۲\\ -۹ & -۱۰\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}-۸ & ۱۵\\ ۱۴ & -۲۵\end{bmatrix}$

۳ سراسری تجربی ۹۵

اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ ۱ & ۳\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ -۳ & ۱\end{bmatrix}$ باشند ، وارون ماتریس $A\times B$ ، کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۴}\begin{bmatrix}۳ & -۴\\ ۷ & -۸\end{bmatrix}$ ۲) $\frac{۱}{۴}\begin{bmatrix}۸ & ۷\\ -۴ & -۳\end{bmatrix}$ ۳) $\frac{۱}{۴}\begin{bmatrix}۳ & ۴\\ -۷ & -۸\end{bmatrix}$ ۴) $\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}-۹ & -۸\\ ۵ & ۴\end{bmatrix}$

۴ سراسری تجربی ۹۵ - خارج از کشور

اگر $A=\begin{bmatrix}a & -۳\\ ۵ & a+۲\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-۱ & ۳\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ باشند ، به ازای کدام مقدار a ماتریس $A+۲B$ ، وارون پذیر نیست ؟

۱) $-۷,۵$ ۲) $-۵,۷$ ۳) $-۷,۴$ ۴) $-۳,۵$

۵ سراسری تجربی ۹۴

اگر $A=\begin{bmatrix}۱۲ & -۸\\ ۱۰ & ۵\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱۰ & -۶\\ ۷ & ۳\end{bmatrix}$ باشند ، ماتریس $(A-B)^{-۱}$ ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}-۰/۲ & ۰/۱\\ ۰/۳ & ۰/۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۰/۳ & -۰/۲\\ ۰/۲ & ۰/۴\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۰/۲ & -۰/۲\\ ۰/۳ & ۰/۴\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۰/۲ & ۰/۲\\ -۰/۳ & ۰/۲\end{bmatrix}$

۶ سراسری تجربی ۹۴ - خارج از کشور

اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ -۵ & ۴\end{bmatrix}$ باشند ، ماتریس $(A\times B)^{-۱}$ ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰/۵ & ۰/۵\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰/۵ & ۱\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۰/۵ & ۰\\ -۰/۵ & ۱\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۰/۵ & ۰/۵\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}$

۷ سراسری تجربی ۹۳

ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۴ & ۷\end{bmatrix}$ مفروض است . اگر $A\times B$ ماتریس واحد باشد ، مجموع درایه های سطر اوّل ماتریس B ، کدام است ؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ **۳) ۲** ۴) ۲/۵

۸ سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

دو ماتریس $A=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۴ & ۳\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۳ & -۴\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}$ مفروض اند . درایه واقع در سطر اوّل و ستون اوّل وارون ماتریس $B\times A$ ، کدام است ؟

۱) $-۰/۹$ **۲) $-۰/۱$** ۳) $۰/۱$ ۴) $۰/۹$

۹ سراسری تجربی ۹۱

اگر $\begin{bmatrix}۳ & ۴\\ ۵ & -۱\end{bmatrix}+X=\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ باشد ، وارون ماتریس X ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۲ & ۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۲ & -۳\end{bmatrix}$

۱۰ سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ ، ماتریس B از معادلهٔ $AB=۲I$ ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}-۱ & ۴\\ ۱ & -۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۱ & -۴\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}-۲ & ۱\\ ۴ & -۱\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ -۴ & ۱\end{bmatrix}$

۱۱ سراسری تجربی ۸۸

به ازای کدام مجموعهٔ مقادیر a ، معادلهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix}a+۱ & ۲\\ -۱ & a-۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\\ ۱\end{bmatrix}$ ، جواب دارد ؟

۱) $\{-۱,۱\}$ ۲) $\mathbb{R}-\{۰,۱\}$ ۳) $\varnothing$ **۴)** $\mathbb{R}$

۱۲ سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور

به ازای کدام مقدار m ، معادلهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix}m & ۲\\ ۳ & m+۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m+۲\\ ۲\end{bmatrix}$ ، جواب ندارد ؟

۱) ۶- ۲) ۳- **۳) ۱** ۴) ۲

۱۳ سراسری تجربی ۸۷

دستگاه معادلات $\frac{x-۳y}{۵}=\frac{۷x+y}{۲}=\frac{۵x+y}{۱}=\frac{۳x-y}{۳}$ ، چند دسته جواب دارد ؟

۱) یک ۲) دو ۳) فاقد جواب **۴) بی شمار**

۱۴ سراسری تجربی ۸۷

اگر $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ -۴ & ۵\end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A^۲+A$ ، کدام است ؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ **۴) ۱۲**

۱۵ سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

دستگاه معادلات $\frac{۳x+y}{۴}=\frac{x+y+۱}{۱}=\frac{۵x+۳y}{۲}=\frac{۲x-y}{۳}$ ، چند دسته جواب دارد ؟

۱) یک ۲) دو **۳) فاقد جواب** ۴) بیشمار

۱۶ سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۴ & -۵\end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $(۲A).(۳A^{-۱})$ ، کدام است ؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ **۴) ۳۶**

۱۷ سراسری تجربی ۸۶

اگر $A=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۲ & ۰\end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A^{-۱}$ ، کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ **۳) ۲** ۴) ۴

۱۸ سراسری تجربی ۸۶ - خارج از کشور

اگر $A=\begin{bmatrix}-۲ & -۱\\ ۴ & ۳\end{bmatrix}$ ، از رابطهٔ $AX=۲I$ ، ماتریس X ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}-۳ & -۱\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۴ & -۲\end{bmatrix}$ ۳) $۲\begin{bmatrix}-۳ & -۱\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}$ ۴) $\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۴ & -۲\end{bmatrix}$

۱۹ سراسری تجربی ۸۵

اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۵\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}$ ، آن گاه $A^۲-A$ ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$

۲۰ سراسری تجربی ۸۵ – خارج از کشور

در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax-2y=5 \\ bx+3y=12 \end{cases}$ ، اگر دترمینان ضرایب مجهولات برابر ۲۶ باشد ، مقدار x ، کدام است ؟

۱) $-\frac{7}{13}$ ۲) $\frac{15}{13}$ **۳)** $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۲۱ سراسری تجربی ۸۴

اگر $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $2(AB)^{-1}$ ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ **۲)** $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

۲۲ سراسری تجربی ۸۴ – خارج از کشور

در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax-3y=7 \\ bx+4y=2 \end{cases}$ ، اگر دترمینان ضرایب مجهولات برابر ۱۷ باشد ، مقدار x ، کدام است ؟

۱) ۱ ۲) ۱- **۳)** ۲ ۴) ۲-

۲۳ سراسری تجربی ۸۳

اگر $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد ، مجموع درایه های سطر اوّل ماتریس معکوس A^2 ، کدام است ؟

۱) ۲- ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۳

۲۴ سراسری تجربی ۸۲

اگر $\log(3x-2)=\begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد ، مقدار x ، کدام است ؟

۱) ۱ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ **۴)** $\frac{3}{2}$

۲۵ سراسری تجربی ۸۰

اگر $\alpha(2,3)+\beta(-1,4)=(5,2)$ ، آنگاه β ، کدام است ؟

۱) ۲- **۲)** ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

۲۶ سراسری تجربی ۸۰

اگر $A^{-1}=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A ، کدام است ؟

۱) $\frac{1}{33}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) ۱ ۴) ۳۳

سراسری تجربی ۷۹

۲۷ اگر $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \times A = \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} -۲ & -۴ \\ ۶ & ۱۴ \end{bmatrix}$ ، ماتریس A ، کدام است ؟

۱) $\begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۷ & -۱ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۷ & ۳ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۷ & ۲ \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} -۷ & -۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$

(سیّد علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

ایمیل: seyedalimousavi48@gmail.com

سؤال	گزینه صحیح	سؤال	گزینه صحیح	سؤال	گزینه صحیح
۱	۴	۱۰	۱	۱۹	۱
۲	۱	۱۱	۴	۲۰	۳
۳	۱	۱۲	۳	۲۱	۲
۴	۱	۱۳	۴	۲۲	۳
۵	۴	۱۴	۴	۲۳	۱
۶	۱	۱۵	۳	۲۴	۴
۷	۳	۱۶	۴	۲۵	۲
۸	۲	۱۷	۳	۲۶	۱
۹	۱	۱۸	۱	۲۷	۴

۱ سراسری تجربی ۹۶

$$A^{-1}\times 2\times B=\frac{1}{2}\times\begin{bmatrix}4 & -2\\ -5 & 3\end{bmatrix}\times 2\times\begin{bmatrix}4 & -6\\ 3 & -5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10 & -14\\ -11 & 15\end{bmatrix}$$

۲ سراسری تجربی ۹۶ – خارج از کشور

$$B\times 2\times A^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}\times 2\times\frac{1}{-2}\times\begin{bmatrix}-2 & -3\\ 4 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}2 & 3\\ -4 & -7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8 & -15\\ -14 & -25\end{bmatrix}$$

۳ سراسری تجربی ۹۵

$$(A\times B)^{-1}=B^{-1}\times A^{-1}=\frac{1}{2}\times\begin{bmatrix}1 & 0\\ 3 & 2\end{bmatrix}\times\frac{1}{2}\times\begin{bmatrix}3 & -4\\ -1 & 2\end{bmatrix}=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}3 & -4\\ 7 & -8\end{bmatrix}$$

۴ سراسری تجربی ۹۵ – خارج از کشور

$$|A+2B|=0 \qquad A+2B=\begin{bmatrix}a & -3\\ 5 & a+2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-2 & 6\\ 4 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a-2 & 3\\ 9 & a+4\end{bmatrix}$$

$$|A+2B|=0\longrightarrow(a-2)(a+4)-27=0\longrightarrow a^2+2a-35=0\longrightarrow(a+7)(a-5)=0$$

۵ سراسری تجربی ۹۴

$$A-B=\begin{bmatrix}12 & -8\\ 10 & 5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}10 & -6\\ 7 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 3 & 2\end{bmatrix}$$

$$(A-B)^{-1}=\frac{1}{10}\times\begin{bmatrix}2 & 2\\ -3 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0/2 & 0/2\\ -0/3 & 0/2\end{bmatrix}$$

۶ سراسری تجربی ۹۴ – خارج از کشور

$$(A\times B)^{-1}=B^{-1}\times A^{-1}=\frac{1}{2}\times\begin{bmatrix}4 & 2\\ 5 & 3\end{bmatrix}\times\frac{1}{1}\times\begin{bmatrix}2 & -1\\ -3 & 2\end{bmatrix}=\frac{1}{2}\times\begin{bmatrix}2 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0/5 & 0/5\end{bmatrix}$$

۷ سراسری تجربی ۹۳

$$A\times B=I\longrightarrow B=A^{-1}\times I=A^{-1}=\frac{1}{2}\times\begin{bmatrix}7 & -3\\ -4 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{7}{2} & -\frac{3}{2}\\ -2 & 1\end{bmatrix}\longrightarrow\frac{7}{2}-\frac{3}{2}=2$$

۸ سراسری تجربی ۹۳ – خارج از کشور

$$(B\times A)^{-1}=A^{-1}\times B^{-1}=\frac{1}{2}\times\begin{bmatrix}3 & -1\\ -4 & 2\end{bmatrix}\times\frac{1}{-5}\times\begin{bmatrix}1 & 4\\ 2 & 3\end{bmatrix}=-\frac{1}{10}\times\begin{bmatrix}1 & 9\\ 0 & -10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0/1 & -0/9\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

۹

سراسری تجربی ۹۱

$$X=\begin{bmatrix}۵ & ۳\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۳ & ۴\\ ۵ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}\longrightarrow X^{-۱}=\frac{۱}{۴-۳}\times\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}$$

۱۰

سراسری تجربی ۹۱ – خارج از کشور

روش اول :

$$AB=۲I=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

$$B=A^{-۱}\times\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}=\frac{۱}{-۲}\times\begin{bmatrix}۱ & -۴\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & -۴\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۴\\ ۱ & -۲\end{bmatrix}$$

روش دوم :

$$AB=۲I\longrightarrow\frac{۱}{۲}AB=I\longrightarrow B=(\frac{۱}{۲}A)^{-۱}=۲A^{-۱}=۲\times\frac{۱}{-۲}\times\begin{bmatrix}۱ & -۴\\ -۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۴\\ ۱ & -۲\end{bmatrix}$$

۱۱

سراسری تجربی ۸۸

$$\frac{a+۱}{-۱}\neq\frac{۲}{a-۱}\longrightarrow a^{۲}-۱\neq-۲\longrightarrow a^{۲}\neq-۱\longrightarrow a\in\mathbb{R}$$

۱۲

سراسری تجربی ۸۸ – خارج از کشور

$$\frac{m}{۳}=\frac{۲}{m+۵}\neq\frac{m+۲}{۲}\longrightarrow m^{۲}+۵m-۶=۰\longrightarrow(m+۶)(m-۱)=۰\longrightarrow\begin{cases}m=-۶\\ m=۱\end{cases}$$

if $m=-۶\longrightarrow\frac{-۶}{۳}=\frac{۲}{-۱}=\frac{-۴}{۲}\longrightarrow$ معادله بی شمار جواب دارد

if $m=۱\longrightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۶}\neq\frac{۳}{۲}\longrightarrow$ معادله جواب ندارد

۱۳

سراسری تجربی ۸۷

$$\frac{۳x-y}{۳}=\frac{۵x+y}{۱}=\frac{۷x+y}{۲}=\frac{x-۳y}{۵}\longrightarrow\begin{cases}۳x-y=۱۵x+۳y\\ ۷x+y=۱۰x+۲y\\ x-۳y=۲۵x+۵y\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}y=-۳x\\ y=-۳x\\ y=-۳x\end{cases}$$

نتیجه می گیریم سه خط بر هم منطبق اند پس دستگاه بی شمار جواب دارد .

۱۴

سراسری تجربی ۸۷

$$A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ -۴ & ۵\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ -۴ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۸ & ۹\\ -۱۲ & ۱۳\end{bmatrix}$$

$$A^{۲}+A=\begin{bmatrix}-۸ & ۹\\ -۱۲ & ۱۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ -۴ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱۰ & ۱۲\\ -۱۶ & ۱۸\end{bmatrix}\longrightarrow |A^{۲}+A|=-۱۸۰+۱۹۲=۱۲$$

۱۵

سراسری تجربی ۸۷ – خارج از کشور

$$\begin{cases}۲x-y=۳x+۳y+۳\\ ۵x+۳y=۲x+۲y+۲\\ ۳x+y=۴x+۴y+۴\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}۴y=-x-۳\longrightarrow ۴(-۳x+۲)=-x-۳\longrightarrow x=۱\\ y=-۳x+۲\longrightarrow y=-۳+۲\longrightarrow y=-۱\\ ۳y=-x-۴\xrightarrow{(۱,-۱)}-۳\neq -۵\end{cases}$$

چون مقدار به دست آمده از معادلات (۱) و (۲) در معادلهٔ (۳) صدق نمی کند پس دستگاه فاقد جواب است .

۱۶

سراسری تجربی ۸۷ – خارج از کشور

$$(۲A)\times(۳A^{-۱})=۶I\longrightarrow |۶I|=(۶)^{۲}|I|=۳۶\times ۱=۳۶$$

۱۷

سراسری تجربی ۸۶

$$A=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۲ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۲}\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}\longrightarrow |A|=۰+\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}\longrightarrow |A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}=۲$$

۱۸

سراسری تجربی ۸۶ – خارج از کشور

روش اول :

$$AX=۲I=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}\longrightarrow X=A^{-۱}\times\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}\longrightarrow X=\frac{۱}{-۲}\times\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ -۴ & -۲\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

$$X=\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ -۴ & -۲\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳ & -۱\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}$$

روش دوم :

$$AX=۲I\longrightarrow\frac{۱}{۲}AX=I\longrightarrow X=(\frac{۱}{۲}A)^{-۱}=۲A^{-۱}=۲\times\frac{۱}{-۲}\times\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ -۴ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳ & -۱\\ ۴ & ۲\end{bmatrix}$$

۱۹

سراسری تجربی ۸۵

روش اول :

$$A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix}-۲ & ۵\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-۲ & ۵\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۵\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}$$

$$A^{۲}-A=\begin{bmatrix}-۱ & ۵\\ -۱ & ۴\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲ & -۵\\ ۱ & -۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I$$

روش دوم :

$$A^{۲}-A=A\times A-A\times I=A(A-I)$$

۲۰

سراسری تجربی ۸۵ - خارج از کشور

روش اول :

$$\begin{cases}ax-۲y=۵\\ bx+۳y=۱۲\end{cases}\longrightarrow\begin{bmatrix}a & -۲\\ b & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\ ۱۲\end{bmatrix}\longrightarrow ۳a+۲b=۲۶$$

$$\begin{matrix}۳\\ ۲\end{matrix}\begin{cases}ax-۲y=۵\\ bx+۳y=۱۲\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}۳ax-۶y=۱۵\\ ۲bx+۶y=۲۴\end{cases}\longrightarrow(۳a+۲b)x=۳۹\longrightarrow ۲۶x=۳۹\longrightarrow x=\frac{۳}{۲}$$

روش دوم :

$$\begin{cases}ax-۲y=۵\\ bx+۳y=۱۲\end{cases}\longrightarrow\begin{bmatrix}a & -۲\\ b & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\ ۱۲\end{bmatrix}\longrightarrow x=\frac{\begin{vmatrix}۵ & -۲\\ ۱۲ & ۳\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a & -۲\\ b & ۳\end{vmatrix}}=\frac{۱۵+۲۴}{۲۶}=\frac{۳۹}{۲۶}=\frac{۳}{۲}$$

۲۱

سراسری تجربی ۸۴

$$۲(AB)^{-۱}=۲\times B^{-۱}\times A^{-۱}=۲\times\frac{۱}{-۱}\times\begin{bmatrix}۵ & -۲\\ -۳ & ۱\end{bmatrix}\times\frac{۱}{-۲}\times\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & -۲\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$$

۲۲

سراسری تجربی ۸۴ - خارج از کشور

روش اول :

$$\begin{cases}ax-۳y=۷\\ bx+۴y=۲\end{cases}\longrightarrow\begin{bmatrix}a & -۳\\ b & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷\\ ۲\end{bmatrix}\longrightarrow ۴a+۳b=۱۷$$

$$\begin{matrix}۴\\ ۳\end{matrix}\begin{cases}ax-۳y=۷\\ bx+۴y=۲\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}۴ax-۱۲y=۲۸\\ ۳bx+۱۲y=۶\end{cases}\longrightarrow(۴a+۳b)x=۳۴\longrightarrow ۱۷x=۳۴\longrightarrow x=۲$$

روش دوم :

$$\begin{cases} ax-3y=7 \\ bx+4y=2 \end{cases} \longrightarrow \begin{bmatrix} a & -3 \\ b & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \longrightarrow x=\frac{\begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & -3 \\ b & 4 \end{vmatrix}}=\frac{28+6}{17}=\frac{34}{17}=2$$

۲۳ سراسری تجربی ۸۳

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

روش اول :

$$(A^2)^{-1}=\frac{1}{4}\times\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}\longrightarrow\frac{1}{4}(-8)=-2$$

روش دوم: $(A^2)^{-1}=(A^{-1})^2$

۲۴ سراسری تجربی ۸۲

$$\log(3x-2)=(\log 5)^2-(\log 2)^2\longrightarrow\log(3x-2)=(\log 5+\log 2)(\log 5-\log 2)$$

$$\log(3x-2)=\log\frac{5}{2}\longrightarrow 3x-2=\frac{5}{2}\longrightarrow 6x-4=5\longrightarrow 6x=9\longrightarrow x=\frac{3}{2}$$

۲۵ سراسری تجربی ۸۰

$$(2\alpha,3\alpha)+(-\beta,4\beta)=(5,2)\longrightarrow\begin{cases} 2\alpha-\beta=5 \\ 3\alpha+4\beta=2 \end{cases}\longrightarrow\alpha=2\longrightarrow\beta=-1$$

۲۶ سراسری تجربی ۸۰

$$(A^{-1})^{-1}=A\longrightarrow A=(A^{-1})^{-1}=\frac{1}{33}\times\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{2}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{33} & \frac{2}{33} \end{bmatrix}$$

$$|A|=(\frac{2}{11}\times\frac{2}{33})-(-\frac{1}{11}\times\frac{7}{33})=\frac{4}{11\times 33}+\frac{7}{11\times 33}=\frac{11}{11\times 33}=\frac{1}{33}$$

۲۷ سراسری تجربی ۷۹

روش اول :

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 6 & 14 \end{bmatrix}\times A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\longrightarrow\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}\times A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\longrightarrow BA=I\longrightarrow A=B^{-1}I$$

$$A=B^{-1}=\frac{1}{-7+6}\times\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

روش دوم :

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 6 & 14 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 6 & 14 \end{bmatrix} \times A = I \longrightarrow \frac{1}{2}B \times A = I \longrightarrow A = (\frac{1}{2}B)^{-1}$$

$$A = 2B^{-1} = 2 \times \frac{1}{-4} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ -6 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \times \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ -6 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(سیّد علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

ایمیل: seyedalimousavi48@gmail.com